

# Bestimmung des Bewegungszustandes von Objekten durch Analyse des Rauschverhaltens von Strapdown-MEMS-Beschleunigungssensoren

Kristoph Keunecke und Gerd Scholl

Professur für Elektrische Messtechnik  
Helmut-Schmidt-Universität, Universität der Bundeswehr Hamburg  
Tel.: 040 - 6541 3832, e-mail: [kristoph.keunecke@hsu-hh.de](mailto:kristoph.keunecke@hsu-hh.de)

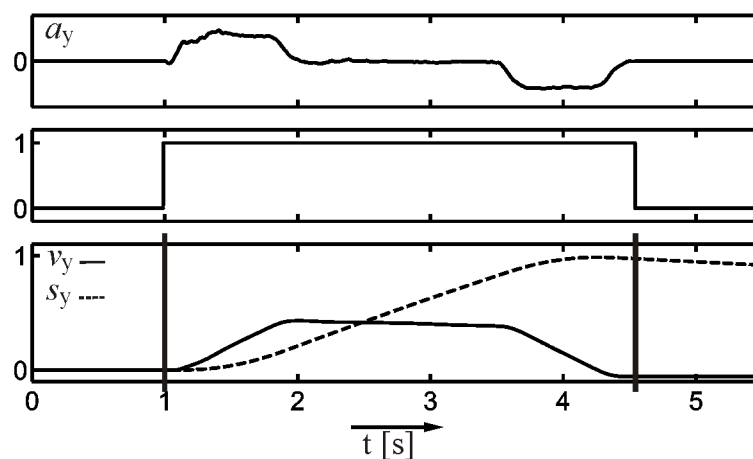
## Kurzfassung

Die Kenntnis des Bewegungszustands autonom agierender inertialer Navigationssysteme (INS) ist vorteilhaft für eine exakte Ortsbestimmung. Gelingt es eine (langsame) Bewegung von Stillstand sicher zu unterscheiden, lassen sich über der Zeit akkumulierte Geschwindigkeitsabweichungen in sog. Zero Velocity Update (ZUPT)-Phasen zurücksetzen, so dass ein zeitliches Anwachsen von Positionsfehlern vermieden werden kann. Die Herausforderung hierbei ist, dass bei relativ langsamen Bewegungen das Nutzsignal von Beschleunigungs- oder Gyrosensoren im Rauschen verschwindet, so dass die Schätzung des Bewegungszustandes über eine Interpretation von Veränderungen im Rauschsignal erfolgen muss. Mit Hilfe von klassischen Verfahren der statistischen Signalanalyse werden in diesem Beitrag unterschiedliche Verfahren an einfachen aber typischen Laboraufbauten analysiert und deren Leistungsfähigkeit charakterisiert. Es wird exemplarisch demonstriert wie durch eine auf die jeweilige Applikation angepasste Kombination von unterschiedlichen Verfahren eine hohe Sicherheit in der Zustandsschätzung erzielt werden kann.

## 1 Einführung

Satellitengestützte Navigationssysteme stellen zweifelsfrei eine herausragende technische Entwicklung dar, die weltweit intensiv für präzise Navigationsaufgaben genutzt wird. Da die von den Satelliten ausgesendeten Hochfrequenz-Signale Gebäude nicht bzw. nur bedingt durchdringen können, schlägt eine Ortsbestimmung innerhalb von Gebäuden in der Regel fehl, so dass mit diesem

Ansatz vielfältige Anwendungsmöglichkeiten sowohl im industriellen wie auch im öffentlichen oder privaten Bereich mit dieser mittlerweile etablierten Technik nicht erschlossen werden können. Vielfältige Lösungsansätze und Systeme wurden deshalb in den letzten Jahren für den Indoor-Bereich entwickelt, die allerdings immer jeweils auf die jeweilige Aufgabe zugeschnitten sind und in der Regel auch eine zusätzliche Infrastruktur für eine Ortsbestimmung benötigen. Eine relativ einfach zu implementierende sowie preisgünstige Variante zur Positionsbestimmung von bewegten Objekten liefern inertielle mikroelektromechanische (MEMS) Sensoren. Über die Umrechnung der von den körperfest montierten Sensoren, sog. Strapdown-Sensoren, gelieferten Daten in ein ortsfestes Koordinatensystem lässt sich die Position des zu lokalisierenden Körpers oder der zu lokalisierenden Person bei bekannten Initialbedingungen mittels der Bewegungsgleichung relativ zum Startpunkt bestimmen [1]. Eine wesentliche Problemstellung hierbei wird beispielhaft anhand von Bild 1 demonstriert. An dem Arm eines Industrieroboters wurde ein MEMS-Beschleunigungssensor montiert und dessen Beschleunigungsprofil während der Bewegung des Roboterarms gemessen (Bild 1 obere Kurve). 1 s nach Start des Messintervalls wurde der Roboterarm zunächst aus dem Stillstand heraus entlang einer Raumachse gleichförmig beschleunigt. Danach beginnt eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit bis der Sensor ab ca. 3,5 s mit einer vom Betrag identischen aber im Vorzeichen unterschiedlichen Beschleunigung wieder in den Stillstand abgebremst wird.



**Bild 1:** Die rechnerisch ermittelte finale Restgeschwindigkeit von  $-0,06\text{m/s}$  führt trotz tatsächlichem Stillstand des Roboters zu einem mit der Zeit linear anwachsenden Positionsfehler.

Zur besseren Veranschaulichung kennzeichnet die mittlere Kurve von Bild 1 die tatsächlichen Ruhe- („0“) und Bewegungsphasen („1“) des Roboters. Die ge-

messenen Beschleunigungsdaten  $a_y$ , wurden zur Bestimmung der Geschwindigkeit  $v_y$  bzw. zur Berechnung des zurückgelegten Weges  $s_y$  einfach bzw. zweifach integriert. Drifteffekte [2][3] sowie prozessbedingte Stöße und Vibrationen führen selbst im Idealfall eines Stillstandes oder einer gleichförmigen Bewegung zu sich nicht gegenseitig aufhebenden Flächen unterhalb der Beschleunigungskurve, so dass durch die fortlaufende Integration des Beschleunigungs- bzw. des Geschwindigkeitssignals kleine finale Restgeschwindigkeiten zu weiteren mit der Zeit anwachsenden Fehlschätzungen in der Ortskoordinate führen [4]. Das in [5] um die Nullgeschwindigkeit aufgespannte eingeführte Toleranzband mit einer nicht näher spezifizierten Grenzgeschwindigkeit stellt für bestimmte Zielanwendung sicherlich eine ausreichende Lösung dar, erfüllt aber nicht die Anforderung an einen allgemeingültigen Zustandsschätzer für Stillstand oder Bewegung.

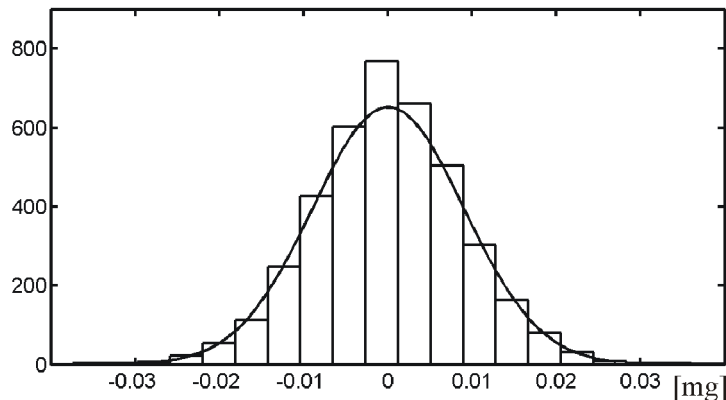
Eine langzeitstabile Nachverfolgung eines ungestützten INS gelingt nur dann, wenn unter Annahme turnusmäßiger Ruhezeiten das Driftverhalten der Sensoren im Stillstand erkannt und anschließend kompensiert wird. Dies erfordert allerdings zu jedem Zeitpunkt die Detektion des aktuellen Bewegungszustandes. Die vier möglichen Bewegungszustände (i) Stillstand, (ii) dem Übergang von der Ruhephase in die Bewegung, (iii) der fortlaufenden Bewegung, und (iv) dem Übergang von der Bewegung in den erneuten Stillstand stellen dabei durchaus unterschiedliche Anforderungen an den Entscheider. Werden insbesondere langsame Bewegungen nicht von unvermeidlichen Random Walk-Offsets unterschieden, akkumulieren sich bereits nach kurzer Zeit häufig nicht tolerierbare Fehlschätzungen in der Ortskoordinate.

Im anschließenden zweiten Abschnitt wird zunächst anhand von Vorüberlegungen eine Aufgabenstellung für Hypothesentests formuliert. Eine Einführung in die verwendeten Algorithmen erfolgt in Abschnitt 3. Diese werden in Abschnitt 4 anhand einfacher Messaufbauten für die Eignung zur Bewegungsschätzung untersucht und diskutiert. Die Kombination von Tests mit komplementären Eigenschaften führt, wie in Abschnitt 5 gezeigt wird, zu einer Steigerung der Leistungsfähigkeit. In Abschnitt 6 werden die Ergebnisse zusammengefasst.

## 2 Definition des Schätzproblems

Ein von einem ruhenden INS gelieferter Datensatz  $x(n)$  mit  $N$  Zufallszahlen – beispielsweise gemessen in einer vor Beginn des Ortungsprozesses durchgeführ-

ten Kalibrationsphase – stellt im Folgenden die diskrete Realisierung eines Musterprozesses  $X(\xi, n)$  dar. Bild 2 zeigt das Histogramm von 4000 mit einer Abtast-rate von 1 kHz konsekutiv aufgenommenen Messwerten des y-Kanals eines stillstehenden dreiachsigen Beschleunigungssensors (Freescale MMA 7331LC [6]). Dieses wurde durch eine Normalverteilung mit einer Standardabweichung von  $\sigma_{ay} = 0.0093$  mg angenähert. In Bezug auf die genannten vier möglichen Zustände einer Bewegung erweist sich eine Unterscheidung der sich gegenseitig ausschließenden Hypothesen „ruhendes INS“ und „bewegtes INS“ als sinnvoll. Im Falle der Nullhypothese  $H_0$  bzw. im Stadium des Stillstands wird davon ausgegangen, dass die einzelnen Messwerte des gewonnenen Datensatzes  $x(n)$  voneinander statistisch unabhängig sind, was auch durch unsere Messungen bestätigt wurde. Im Gegensatz hierzu sind die einzelnen Messwerte im Falle des Zutreffens der Alternativhypothese  $H_1$  (Bewegung) zueinander korreliert.



**Bild 2:** Approximation eines Histogramms über 4000 Messpunkte eines sich im Stillstand befindlichen INS durch eine Gaußsche-Normalverteilung.

Neben Anpassungs- bzw. Signifikanztests eignen sich auch besonders Werkzeuge der Zeitreihenanalyse zur Bewertung der statistischen Signale. Für das Treffen einer Bewegungsentscheidung wird ein aus einer vorgelagerten Kalibrationsphase ermittelter kritischer Wert CV (Critical Value) zum Signifikanzniveau  $\alpha$  als Referenz herangezogen. Im Rahmen von Hypothesentests formuliert  $\alpha$  die Wahrscheinlichkeit für das irrtümliche Zurückweisen der Nullhypothese, d.h. die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art. Wird  $H_0$  fälschlicherweise beibehalten, d.h. die Richtigkeit von  $H_1$  nicht erkannt, kennzeichnet dies einen Fehler 2. Art, wobei das Nichterkennen einer Bewegung in der Regel zu einem größeren Positionsfehler führt als ein Fehler 1. Art.

### 3 Testverfahren zur Bestimmung des Bewegungszustandes

Die angestellten Untersuchungen wurden mit unterschiedlichen Testverfahren durchgeführt, wobei in diesem Artikel Ergebnisse basierend auf Normalitätstests bzw. Verfahren der klassischen Zeitreihenanalyse vorgestellt werden. Eine sehr gute und detaillierte Beschreibung der hier untersuchten Algorithmen ist in [4] und den darin genannten Literaturstellen zu finden. Nachfolgend kennzeichnet  $x_k$  den  $k$ -ten Messwert des gewonnenen Datensatzes  $x(n)$ . Erwartungstreue Schätzer für den Erwartungswert  $\mu$  und die Varianz  $\sigma^2$  sind bekanntermaßen der Stichprobenmittelwert und die empirische Stichprobenvarianz

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (1)$$

bzw.

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\bar{x} - x_k)^2. \quad (2)$$

#### 3.1 Normalitäts- und Ausreißertests

Mit  $\alpha = 1 - 0,9973 = 2,7 \cdot 10^{-3}$  und bei Annahme eines Gauß-verteiltern Datensatzes  $x(n)$  liegt  $x_k$  mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P\{\mu - 3\sigma < x_k < \mu + 3\sigma\} = 1 - \alpha = 0,9973$  innerhalb der  $3\sigma$ -Schranken. Eine grobe Abschätzung zur Erkennung von Ausreißern liefert das Chauvenetsche Kriterium [7], bei dem  $\mu$  gemäß Gl. 1 durch  $\bar{x}$  und  $\sigma^2$  durch  $s^2$  gemäß Gl. 2 abgeschätzt werden. Wird ein Ausreißer detektiert, so wird auf eine Bewegung geschlossen.

Dass es sich sowohl bei  $\bar{x}$  als auch bei  $s^2$  um Zufallsgrößen handelt, wird im Ausreißertest nach Grubbs (GR) berücksichtigt, der CV zum Signifikanzniveau  $\alpha$  gemäß

$$CV = \frac{N-1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{t^2_{\bar{\alpha}, N-2}}{N-2 + t^2_{\bar{\alpha}, N-2}}} \quad (3)$$

mit Hilfe der Student'schen t-Verteilung mit  $N-2$  Freiheitsgraden festlegt.  $\bar{\alpha}$  kennzeichnet hierbei das modifizierte Signifikanzniveau  $\alpha/2N$ . Ist  $|x_k - \bar{x}|/s > CV$ , wird  $x_k$  als Ausreißer identifiziert.

Ein bekanntermaßen sehr trennscharfer Test zur Feststellung der Abweichung einer Verteilung von einer Normalverteilung wurde von Kolmogorow und Smirnow (KS) formuliert. Dieser bewertet die absolute Differenz der empirischen Verteilungsfunktion

$$F_N(x) = \frac{n_{\text{mess} \leq x}}{N} \quad (4)$$

zur hypothetischen Normalverteilung.  $n_{\text{mess}}$  kennzeichnet hierbei die Anzahl der Messwerte, die kleiner bzw. gleich  $x$  sind.

Die von Shapiro-Wilk (SW) formulierte Teststatistik

$$W = \frac{\left( \sum_{k=1}^N \gamma_k x_k \right)^2}{\sum_{k=1}^N (x_k - \mu)^2} \quad (5)$$

ergibt sich als Quotient zweier Varianzschätzer.  $\gamma_k$  beziffert hierbei Gewichte, die nur vom Umfang der Stichprobe  $N$  abhängen. Ist  $x(n)$  normalverteilt, kommen beide Schätzer nahezu zu dem gleichen Ergebnis. In diesem Fall strebt die Teststatistik  $W$  gegen 1, ansonsten gegen 0.

### 3.2 Zeitreihenanalyse

Eine beginnende Bewegung bzw. eine langsame Bewegung äußert sich häufig auch in einer größeren Streuung bzw. Varianz der Stichprobenwerte (Kennzeichnung: S2). Als kritischer Wert wurde gemäß Gl. 2 der maximale Wert der Stichprobenvarianz festgelegt, der während der letzten 100 Kalibrierintervalle gemessen wurde. Die Messintervalle hatten jeweils einen Umfang zwischen  $N = 250$  und  $N = 500$  Messpunkten.

Über die Schiefe bzw. das zentrale Moment dritter Ordnung (Kennzeichnung: S3)

$$z_3 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^3 \quad (6)$$

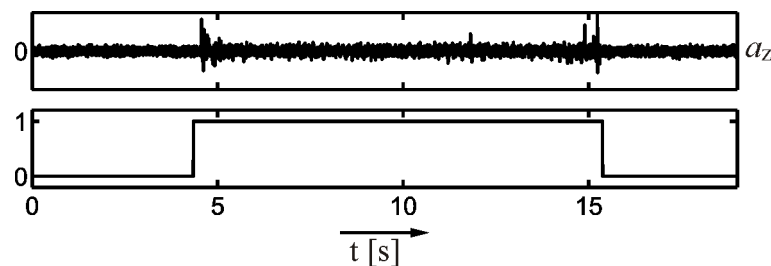
lässt sich sehr einfach eine Abweichung der Stichprobenwerte von einer Gauß-Verteilung charakterisieren.

## 4 Evaluation der Entscheidungsverfahren

Für die nachfolgend skizzierten Tests wurde der oben erwähnte Beschleunigungssensor [6] eingesetzt. Für die Datenanalyse wurde das Programmpaket „Matlab“ verwendet.

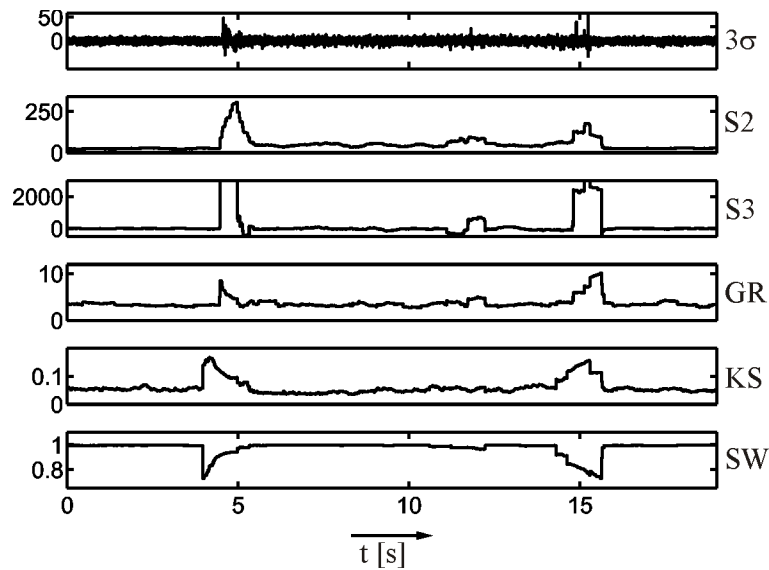
### 4.1 Detektion einer Bewegung nahe der Rauschgrenze

Anhand eines einfachen Versuchsaufbaus wird zunächst das Funktionsprinzip der eingeführten Verfahren veranschaulicht. Nach Ablauf einer für Kalibrationszwecke genutzten Ruhephase wurde der Beschleunigungssensor nach 4 s mit der Hand von einem vibrationskompensierten Tisch aufgehoben. Nach einer Haltezeit von weiteren 11 s wurde die Sensoreinheit wieder auf dem Tisch abgelegt. In der oberen Kurve von Bild 3 sind die unbearbeiteten Rohdaten des Beschleunigungssensors dargestellt.



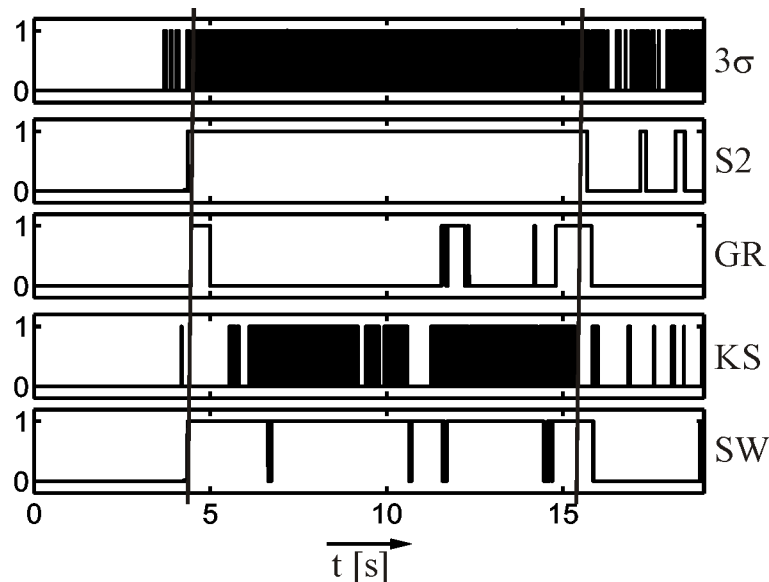
**Bild 3:** Vom Beschleunigungsmesser gelieferte Originaldaten (oben), gefilterte Messkurve (mitte) sowie der tatsächliche Bewegungszustand (unten).

In Bild 4 wurden die Ergebnisse der in Kap. 3 eingeführten Tests für das dargestellte Messszenario zusammengestellt. Ruckartige Bewegungen wie beispielsweise das Aufnehmen oder das Ablegen der Sensoreinheit verursachen bei sämtlichen Tests deutliche Signalüberhöhungen. Unterschiedlich ist das Verhalten



**Bild 4:** Zeitliches Verhalten der unterschiedlichen Testverfahren.

während der Haltephase. Hier wird die  $\pm 3\sigma$ -Grenze häufig überschritten (Bild 5). Allerdings liegen auch einige Messwerte innerhalb des Toleranzbandes, so dass nicht kontinuierlich auf eine Bewegung geschlossen werden kann. Auch



**Bild 5:** Entscheiderkurven der unterschiedlichen Testverfahren.

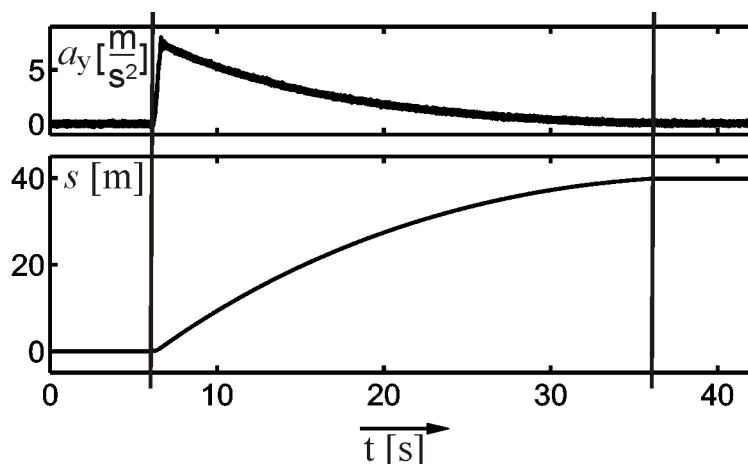
nach Ablegen des Beschleunigungssensors führen minimale Schief lagen der Sensoreinheit zu Verschiebungen der Offsets, so dass vermehrt Fehlentscheidungen auftreten. Diese spielen gemäß Gl. 2 bei S2 keine Rolle. S2 detektiert aufgrund einer Zunahme der Rauschleistung zuverlässig den Übergang von



Stillstand in die Bewegung und zeigt diese auch fortwährend zuverlässig an. Auch durch GR werden das Anheben und das Ablegen des Sensors deutlich erkannt, allerdings kommt es in der Haltephase vermehrt zu Fehlentscheidungen. Bei KS und SW ist die Fehlentscheidungsrate deutlich geringer, wenn auch eine Bewegung nicht sicher erkannt werden kann. Gemäß [8] zeichnet sich SW durch eine hohe Trennschärfe aus, was auch durch diesen einfachen Test bestätigt wird.

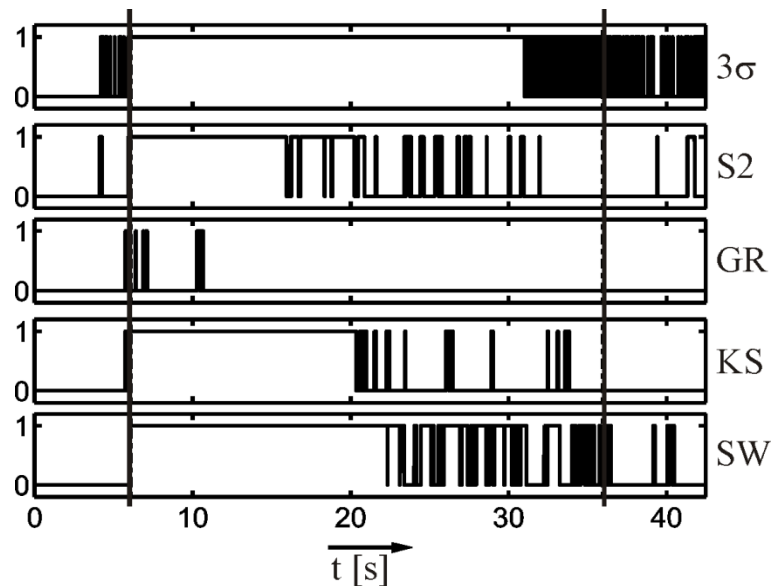
## 4.2 Langsame ausschleichende Bewegung

In einem zweiten Test wurde der Beschleunigungssensor am Rand eines horizontal drehenden Karussells befestigt. Nachdem das Karussell einmalig von Hand in Rotation versetzt wurde, verliert es aufgrund von Reibungseinflüssen langsam an Fahrt bis es schließlich langsam in den Ruhezustand übergleitet.



**Bild 6:** Vom Beschleunigungssensor geliefertes Signal (oben) und tatsächlich zurückgelegter Weg (unten).

Während den ersten ca. 25 s bis 30 s kann noch ein deutliches Beschleunigungssignal, hervorgerufen durch die Zentrifugalkraft, wahrgenommen werden. Dies ist in Bild 6 oben dargestellt. In den letzten Sekunden der Messung taucht das Sensorsignal in das Rauschsignal ein, d.h. mit fortlaufender Messzeit gleicht sich das Sensorsignal der Ruhemessung an. In der unteren Kurve von Bild 6 charakterisiert  $s$  die über die gemessene Beschleunigung rechnerisch ermittelte zurückgelegte Wegstrecke des Sensors. Bild 7 zeigt die dazugehörigen Entscheiderkurven.  $3\sigma$  detektiert deutlich außerhalb des Toleranzbandes liegende Datenpunkte, reagiert allerdings wie im ersten Szenario mit erhöhter Fehlerrate bei Stillstand des Systems. Der Verlauf von S2 zeigt, dass nach ca. 15 s bis 20 s



**Bild 7:** Entscheiderkurven bei einer langsamen ausschleichenden Bewegung

die Leistung des Nutzsignals in etwa gleich groß ist wie das vom Sensor gelieferte Rauschsignal. Schon kurz nachdem das Karussell in Rotation versetzt wird, entscheidet GR auf Stillstand. D.h. die nachfolgende Bewegung verläuft relativ ruckfrei. Auch durch SW und KS wird der Bewegungszustand anfänglich deutlich erkannt. Das Verhalten ist etwas besser als bei S2. Bis der Stillstand des Systems nach etwa 36 s erreicht ist, zeigt SW die Bewegung kontinuierlich mit einer auffällig erhöhten Rate an Fehlern 2. Art an. Dieser Umstand wird nachfolgend genutzt, um den Bewegungsentscheid zu verbessern.

## 5 Modifizierter Ansatz

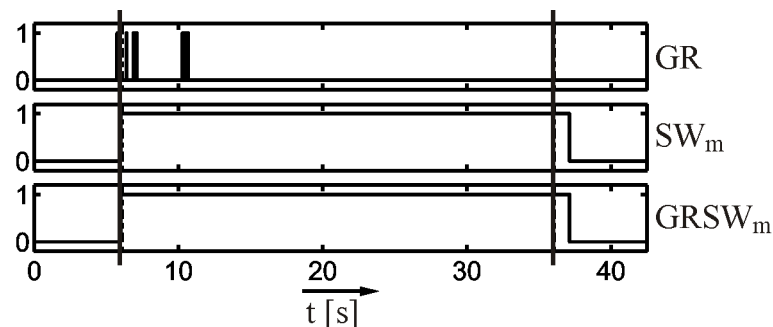
Wie die geschilderten Verfahren zeigen, ist ein alleiniger Schätzer für eine robuste Bewegungsschätzung häufig nicht ausreichend. Im Prinzip sind viele Kombinationen vorstellbar. Im Folgenden wird exemplarisch ein aus GR und SW kombiniertes Verfahren vorgestellt.

Bei Stillstand liegt die Fehlentscheidungsrate (Decision Error Rate, kurz DER) von SW bei etwa 3% [4]. Beim Ausschleichen der Bewegung ist das Nutzsignal so klein, dass es nicht mehr eindeutig durch obige Tests interpretiert werden kann. Allerdings sind die Beschleunigungen noch so groß, dass es zu einer gegenüber Stillstand erhöhten Fehldetektionsrate kommt. Damit lässt sich eine Fehldetektionsrate für Bewegung (Motion Decision Error Rate, kurz: MDER) definieren. Wenn MDER signifikant höher ist als die in der Kalibrationsphase

bestimmte mittlere DER entscheidet der Schätzer auf Bewegung. Der kritische Wert für einen Bewegungsentscheid

$$CV(MDER) = m \cdot DER \quad (7)$$

lässt sich in einer einfachen Variante z. B. über eine multiplikative Verknüpfung der DER mit einem Skalenfaktor  $m > 1$  festlegen. Ein etwas aufwändigerer Signifikanztest kann über die Anwendung der Poisson-Verteilung formuliert werden, mit deren Hilfe die Anzahl der Zustandswechsel innerhalb eines Intervalls



**Bild 8:** Modifizierter Ansatz aus GR und  $SW_m$  zur Verbesserung des Bewegungsentscheides [4].

bewertet werden. Wird im einfachen Fall der Skalierungsfaktor zu  $m = 1,1$  gewählt, so ergibt sich die obere Entscheiderkurve von Bild 8. Wird GR mit dem modifizierten SW-Verfahren ( $SW_m$ ) kombiniert, dann detektiert GR den Startpunkt der Bewegung, der parallel durch  $SW_m$  bestätigt wird. Danach ist die Bewegung so gleichförmig, dass keine Ausreißer mehr detektiert werden können und der Bewegungsentscheid allein durch SW getroffen wird. Sinkt die MDER unter CV wird auf Stillstand entschieden. Durch die Kombination der beiden Verfahren betrug die Fehlschätzung des zurückgelegten Weges nur 0,02 m bei einer gesamten Wegstrecke von 41,58 m.

## 6 Zusammenfassung

Für viele Anwendungen von Inertialsensoren ist die eindeutige Erkennung von Bewegung oder Stillstand von entscheidender Bedeutung. Häufig ist das Sensorsignal so stark, dass es deutlich vom Rauschen unterschieden werden kann. Bei langsamen oder (nahezu) gleichförmigen Bewegungen taucht das Sensorsignal in das Rauschsignal ein. Durch eine einfache Mittelung lässt sich der Signal-Rausch-Abstand noch verbessern, aber das prinzipielle Problem, dass das Sen-

sorsignal im Rauschen verschwindet bleibt. Korrelationsverfahren, wie in der Kommunikationstechnik üblich, können nicht bzw. nur bedingt angewendet werden, da kein Referenzsignal zur Verfügung steht. In diesem Beitrag wurde anhand orientierender Versuche durch die Kombination von statistischen Tests exemplarisch gezeigt, dass durch die geschickte Kombination statistischer Tests eine relativ sichere Bewegungsentscheidung getroffen werden kann, auch wenn die Leistung des Nutzsignals unterhalb der Rauschleistung liegt.

## Literatur

- [1] Savage, Paul G.: Strapdown analytics, Minnesota: Strapdown Associates Inc., 2007
- [2] Külah, Haluk; Chae, Junseok; Yazdi, Navid und Najafi, Khalil: Noise Analysis and Characterization of a Sigma-Delta Capacitive Microaccelerometer, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 41, Nr. 2, Feb. 2006
- [3] Gabrielson, Thomas B.: Mechanical-thermal noise in micromachined acoustic and vibration sensors, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 40, Nr. 5, Mai 1993
- [4] Keunecke, Kristoph und Scholl, Gerd: Comparative Study of Techniques to Determine Motion State of Unaided INS, IEEE Transactions on Robotics, 2012, in Review process
- [5] Reinboth, Frank: Interne Stützung zur Genauigkeitsverbesserung in der Inertialmesstechnik, Dissertation, Universität Karlsruhe, 2000
- [6] Freescale Semiconductors – Three Axis Low-g Micromachined Accelerometer MMA7331LC, Technical Data, 2010
- [7] Taylor, J.R.: Fehleranalyse – Eine Einführung in die Untersuchung von Unsicherheiten in physikalischen Messungen. Weinheim, VCH, 1988
- [8] Shapiro, S.S.; Wilk, M.B. und Chen, H.J.: A Comparative Study of Various Tests for Normality, Journal of the American Statistical Association, Vol. 63, Nr. 324, Dez. 1968