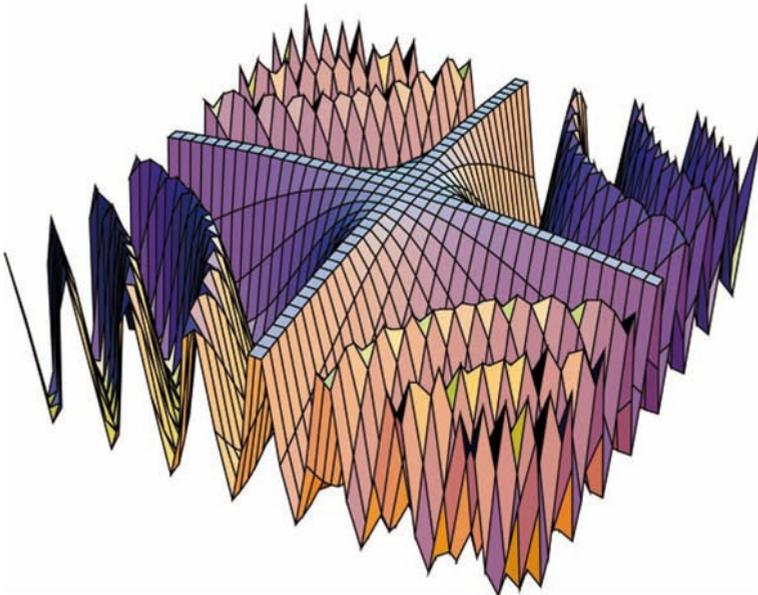




Christian H. Weiß

Mathematica kompakt

Einführung – Funktionsumfang – Praxisbeispiele



Oldenbourg

 150 Jahre
Wissen für die Zukunft
Oldenbourg Verlag

Mathematica kompakt

Einführung – Funktionsumfang – Praxisbeispiele

von

Dipl.-Math. Christian H. Weiß

Oldenbourg Verlag München

Dipl.-Math. Christian H. Weiß, geboren 1977, hat Mathematik und Physik an den Universitäten Würzburg und Helsinki (Finnland) studiert. Er ist Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Statistik der Julius-Maximilians-Universität Würzburg.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2008 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Telefon: (089) 45051-0
oldenbourg.de

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Lektorat: Anton Schmid
Herstellung: Anna Grosser
Coverentwurf: Kochan & Partner, München
Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier
Druck: Grafik + Druck, München
Bindung: Thomas Buchbinderei GmbH, Augsburg

ISBN 978-3-486-58667-1

Vorwort

Was ist Mathematica? Im Untertitel der zwei ersten Auflagen seines Buches beschrieb Wolfram (2003) Mathematica als *a system for doing mathematics by computer*. Dies trifft sicherlich das Haupteinsatzgebiet von Mathematica als sog. Computeralgebrasystem (CAS) recht gut. Tatsächlich ist der Funktionsumfang von Mathematica mittlerweile derart angewachsen, dass es weit über die pure Mathematik hinaus eingesetzt werden kann. Dem versucht die jüngere Selbstbeschreibung, Mathematica als *fully integrated environment for technical computing* (Wolfram, 2003, S. IX), Rechnung zu tragen. Und auch dieses Buch wird sehr ausführlich auf nichtmathematische Themen eingehen, was weiter unten genauer erläutert werden soll. Die Entwicklung von Mathematica durch Stephen Wolfram begann im Jahre 1986. Nach Gründung der Firma Wolfram Research 1987 erschien dann die erste Version von Mathematica im Jahre 1988. Diese wurde gleich als großer Fortschritt im Vergleich zu bis dato gängigen CAS erkannt und erfreute sich bald großer Beliebtheit, zumindest in den Bereichen Physik, Ingenieurwissenschaften und Mathematik. Weitere Versionen, noch immer unter der Leitung von Stephen Wolfram, folgten dann in den Jahren 1991 (Version 2), 1996 (Version 3), 1999 (Version 4) und 2003 (Version 5) (Hilbe, 2006). Das bis dato jüngste Glied in dieser Ahnenreihe stellt Version 6 dar, welche am 1. Mai 2007 das Licht der Welt erblickte. Diese Version, bzw. genau genommen die erst seit Februar 2008 verfügbare Version 6.0.2, stellt die Grundlage für dieses Buch dar, obwohl es, wie unten genauer erläutert, auch für Benutzer früherer Version uneingeschränkt geeignet ist.

Mathematica ist für alle gängigen Betriebssysteme (Windows, Linux, MacOS) erhältlich, wobei bei dem vorliegenden Buch die Windows-Variante zu Grunde gelegt wurde. Trotzdem dürften die Unterschiede zu den anderen Varianten gering sein, vielleicht abgesehen von modifizierten Tastenkürzeln. Die neue Version 6.0 von Mathematica wird vom Hersteller als *computing revolution* beworben – und tatsächlich hat sich Mathematica mit dieser Version gravierend geändert. Während der Neueinsteiger dies uneingeschränkt begrüßen wird, ergeben sich für den langjährigen Nutzer erstaunlich viele Gelegenheiten zur mehr oder weniger radikalen Umgewöhnung. Derartige Änderungen sowie mögliche Probleme der Kompatibilität zwischen verschiedenen Versionen sollen im vorliegenden Buch angesprochen werden. Diesem Zweck dienen insbesondere auch die grau unterlegten Boxen zu den Vorgängerversionen. Sie ermöglichen dem Benutzer einer Version vor 6.0, dieses Buch uneingeschränkt einzusetzen.

Mit dem Hilfesystem von Mathematica wurde bis Version 5.2 eine elektronische Version des auch gedruckt erhältlichen Buches von Wolfram (2003) ausgeliefert, welches Mathematica detailliert beschreibt und einem jeden Leser (noch immer) als Nachschlagewerk und Referenz empfohlen sei. Warum also dieses Buch zu Mathematica? Abgesehen davon, dass das Buch von Wolfram (2003) mittlerweile in mancher Hinsicht veraltet ist,

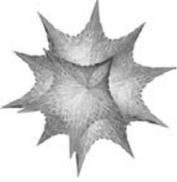
	<p><i>Wolfram Research Documentation Center:</i> http://reference.wolfram.com/siteindex.html http://documents.wolfram.com/mathematica/ Verschiedenste Online-Dokumentationen.</p>
	<p><i>Wolfram MathWorld:</i> http://mathworld.wolfram.com/ Umfangreiche mathematische Enzyklopädie.</p>
	<p><i>Wolfram Demonstrations Project:</i> http://demonstrations.wolfram.com/ Sammlung von Notebooks zu verschiedenen Themengebieten. Auch: http://library.wolfram.com/</p>
	<p><i>Wolfram Mathematica Player:</i> http://www.wolfram.com/products/player/ Kostenfreies Programm zum Betrachten von Notebooks.</p>
	<p><i>ADDITIVE GmbH:</i> http://www.additive-mathematica.de Links und deutschsprachige Materialien.</p>

Tabelle 1: Wichtige Adressen rund um Mathematica.

ist es nur auf Englisch verfügbar, und mit einem Umfang von 1500 Seiten sicherlich kein *kompaktes* Nachschlagewerk, welches den Mathematica-Neuling zu spontaner Lektüre ermutigen mag. In dieser Hinsicht sollte das vorliegende Buch durch Konzentration auf die nach Meinung des Autors wesentlichen Aspekte durchaus attraktiver sein. All jenen Lesern, die etwas über die hinter Mathematica ablaufende Computeralgebra wissen wollen, sei ferner die gut lesbare Einführung zu diesem Thema von Koepf (2006) empfohlen, welcher seine Beispiele mit Mathematica präsentiert. Ferner sei noch erwähnt, dass die Firma Wolfram Research eine Reihe von Ressourcen im Internet zur Verfügung stellt. Wichtige Adressen dazu sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Das vorliegende Buch versucht also zweierlei: Einerseits soll der mit Mathematica bisher noch nicht vertraute Leser zügig und leicht verständlich an Mathematica herangeführt werden. Andererseits soll es dem fortgeschrittenen Mathematica-Nutzer auch als breit aufgestelltes und zugleich kompaktes Nachschlagewerk dienen, welches möglichst viele Facetten des Funktionsumfangs von Mathematica ansprechen möchte. Um beide Ziele zu erreichen, werden anfangs, reich bebildert, die wesentlichen Aspekte von Mathematica besprochen, stets mit einfachen Beispielen illustriert, ohne dabei zu sehr auf mathematische Details einzugehen. Funktionalitäten von Mathematica, die auf spezielle mathematische Teilgebiete zugeschnitten sind, und die dann entsprechende mathematische Kenntnisse voraussetzen, werden bewusst isoliert in späteren Abschnitten behandelt. In diesem Zusammenhang wird der Leser stets auch Literaturhinweise finden, die ihm helfen sollen, ebendiese Kenntnisse aufzufrischen. Nach diesem mathematischen Teil folgen dann wieder eine Reihe eher nichtmathematischer Anwendungen und Einsatzge-

biete, die ein jeder Leser leicht nachvollziehen kann. Weitere Details zu Inhalten werden in Abschnitt 1 dargelegt. Dem Charakter eines Nachschlagewerks schließlich dienen die in Tabellen zusammengestellten Befehlsübersichten zum Ende einzelner Abschnitte hin. Einen Überblick bietet das Tabellenverzeichnis auf Seite XVIII. Anhänge zur Funktionsweise von **Mathematica** und zur Arbeit mit SQL-Datenbanken runden das Buch ab und machen es möglich, das Buch ohne weitere Begleitlektüre vollständig durchzuarbeiten.

Um die Übersicht und Lesbarkeit zu erhöhen, ist das vorliegende Buch klar untergliedert. So sind zwar manche Beispiele häppchenweise in den Text eingepflegt, umfangreichere und thematisch zusammenhängende Beispiele werden aber speziell ausgezeichnet und ebenso zusammenhängend präsentiert. Diese Beispiele sollte der Leser übrigens stets selbst mit **Mathematica** nachvollziehen, muss dazu aber nicht unbedingt den entsprechenden Code eigenhändig eintippen, sondern kann diesen aus der passenden **Mathematica**-Datei übernehmen. Alle diese Beispieldateien können von der Verlags-Website

www.oldenbourg-wissenschaftsverlag.de

heruntergeladen werden. Neben den bereits erwähnten, grau unterlegten Boxen zu den Vorgängerversionen und den Befehlsübersichten werden ferner spezielle Tipps zu effizienter oder trickreicher Arbeitsweise durch ein Glühbirnensymbol hervorgehoben. Weiterführende Informationen und Verweise auf Hilfeinträge bei **Mathematica** werden in umrahmten Kästen präsentiert, die zudem durch ein Fragezeichensymbol gekennzeichnet sind. Einen Ausblick auf weitere Anwendungen oder Funktionalitäten von **Mathematica** erkennt man dagegen am Pfeilsymbol, wie es auf der rechten Seite zu sehen ist.



Zu guter Letzt möchte ich einige Worte des Dankes aussprechen. Ein großer Dank geht an Herrn Prof. Dr. Robert Kragler (HS Weingarten), der sich trotz der großen zeitlichen Belastung, die aus seiner Tätigkeit als Prorektor resultierte, die Zeit nahm für eine sorgfältige Durchsicht des Manuskripts, welche zu wertvollen Änderungs- und Ergänzungsvorschlägen führte. Auch Herrn Dipl.-Math. Wolfgang Sans (Universität Würzburg) und Herrn Marcel Schuster möchte ich meinen Dank aussprechen, welche Teile des Manuskripts einer gründlichen Lektüre unterzogen haben, aus der zahlreiche wichtige Anregungen resultierten. Zudem möchte ich Frau Maryam Karbalai (ADDITIVE GmbH) für wertvolle Ratschläge und aktuelle Informationen zu **Mathematica** danken. Ferner gilt mein Dank dem R. Oldenbourg Verlag, vor allem meinem Lektor, Herrn Anton Schmid, für den Einsatz für dieses Buchprojekt und für die äußerst gründliche Lektüre des Manuskripts. Und natürlich möchte ich meiner Frau Miia und meinem Sohn Maximilian dafür danken, dass sie mir die nötige Kraft zum Verfassen dieses Buches gaben und Verständnis zeigten, wenn ich große Teile meiner Freizeit dem Buchprojekt opfern musste.

Inhaltsverzeichnis

	Vorwort	VII
	Tabellenverzeichnis	XVII
1	Einleitung	1
I	Grundlagen der Arbeit mit Mathematica	5
2	Erste Schritte in Mathematica	7
3	Das Programm Mathematica	15
3.1	Versionen und Kompatibilität.....	15
3.2	Die Mathematica-Hilfe nutzen.....	17
3.3	Berechnungen in Notebooks.....	20
3.4	Mathematica konfigurieren.....	23
3.5	Pakete laden.....	25
4	Datenverwaltung bei Mathematica	27
4.1	Variablen.....	27
4.2	Listen.....	29
4.2.1	Eindimensionale Listen erstellen.....	29
4.2.2	Mit Listen arbeiten.....	31
4.2.3	Höherdimensionale Listen.....	35
4.2.4	Formatierung von Listen.....	36
4.3	Import und Export von Daten.....	37
5	Mathematica als Rechenwerkzeug	43
5.1	Zahlen und Zahlbereiche.....	43
5.2	Numerische Berechnungen.....	48
5.3	Symbolische Ausdrücke ein- und ausgeben.....	51
5.4	Symbolisches Rechnen und Termumformungen.....	54

6	Grafiken erstellen mit Mathematica	59
6.1	Elementare Grafikobjekte und Grafiktypen	59
6.2	Maßgeschneiderte Grafiken erzeugen	64
6.2.1	2D-Grafikobjekte anpassen	64
6.2.2	3D-Grafikobjekte anpassen	68
6.3	Grafiken nachbearbeiten	70
6.3.1	... mit der Maus	72
6.3.2	... mit der Grafikpalette	72
II	Mathematik mit Mathematica	75
7	Grundlegende mathematische Konzepte	77
7.1	Zahlen, Vektoren und Matrizen	77
7.1.1	Exkurs: Dünn besetzte Matrizen	84
7.2	Funktionen und Folgen	86
7.3	Funktionsgraphen zeichnen	93
7.3.1	Reellwertige Funktionen $f(x)$ einer Variablen	93
7.3.2	Reellwertige Funktionen $f(x, y)$ zweier Variablen	98
7.3.3	Konturgrafiken	100
7.3.4	Parametrisch definierte Funktionen zeichnen	101
8	Analysis	103
8.1	Grenzwerte	103
8.2	Differentiation von Funktionen	104
8.3	Integration von Funktionen	106
8.4	Extremwertbestimmung	107
8.5	Reihendarstellung und Transformation von Funktionen	112
8.6	Differentialgleichungen	114
8.7	Funktionentheorie	118
9	Lineare Algebra	121
10	Geometrie	127
10.1	Geometrische Objekte	127
10.2	Geometrische Transformationen	130
11	Algebra und Zahlentheorie	135
11.1	Elementare Zahlentheorie	135

11.2	Polynome	137
11.3	Gleichungen	140
11.4	Algebraische Zahlkörper	143
12	Diskrete Mathematik	147
12.1	Permutationen und Permutationsgruppen	147
12.2	Graphentheorie	151
12.2.1	Graphen zeichnen	152
12.2.2	Eigenschaften von ungerichteten Graphen	156
12.2.3	Eigenschaften von gerichteten Graphen	162
13	Wahrscheinlichkeitstheorie	165
14	Numerische Mathematik	171
14.1	Interpolation	173
14.2	Numerische lineare Algebra	177
III	Mathematica in der Praxis	185
15	Texte schreiben mit Mathematica	187
15.1	Textverarbeitung mit Mathematica	187
15.2	Texte strukturieren	188
15.2.1	Exkurs: Notebooks und Zellen erzeugen	189
15.3	Überschriften nummerieren	190
15.4	Die AuthorTools einsetzen	192
15.5	Hyperlinks in Notebooks einfügen	193
15.6	Erstellte Texte in andere Formate exportieren	194
15.6.1	Export nach PDF	195
15.6.2	Export nach HTML	195
15.6.3	Export nach \LaTeX	195
15.6.4	Export nach RTF	196
16	Präsentation, Interaktion und Animation	197
16.1	Ausgaben in Notebooks anzeigen	197
16.2	Präsentationsfolien erstellen	198
16.3	Dynamische Objekte erstellen	201
16.4	Interaktive Elemente einsetzen	202

16.5	Interaktive und animierte Grafiken erstellen	206
17	Statistische Datenanalyse und -modellierung	213
17.1	Datenaufbereitung	213
17.2	Grafische Darstellung von Daten	215
17.2.1	Punktgrafiken ein- und zweidimensionaler Datensätze	215
17.2.2	Punktgrafiken mehrdimensionaler Datensätze	218
17.2.3	Elementare deskriptive Grafikwerkzeuge	220
17.3	Deskriptive und explorative Statistik	224
17.4	Parameterschätzung und Konfidenzintervalle	226
17.5	Statistische Testverfahren und ANOVA	228
17.6	Regressionsanalyse	232
17.7	Zeitreihenanalyse	236
18	Simulation und Zufall mit Mathematica	239
18.1	Stochastische Modelle simulieren	241
18.2	Zufallsstichproben ziehen	244
18.3	Exkurs: Zufall als Werkzeug in der Kunst	245
IV	Weitere Einsatzgebiete von Mathematica	249
19	Diverse Zusatzfunktionalitäten	251
19.1	Kalendarische Berechnungen	251
19.2	Einheiten, physikalische Konstanten und chemische Elemente	254
19.3	Geographische Funktionalitäten	258
19.4	Weitere Datensammlungen	261
20	Sequenzen und Zeichenketten	263
20.1	Zeichenketten bearbeiten	263
20.2	Ähnlichkeit von Zeichenketten	267
21	Programmieren mit Mathematica	271
21.1	Verzweigungen	271
21.2	Schleifen	272
21.3	Funktionen programmieren	275
21.4	Exkurs: Eigene Pakete erstellen	279

21.5	Funktionen auf Ausdrücke anwenden	280
21.6	Muster und Regeln	284
V	Anhänge	289
A	Ein Blick hinter die Kulissen ...	291
A.1	Kurzübersicht: Differentiation von Funktionen	291
A.2	Mustererkennung mit Mathematica	292
A.3	Algebraisches Differenzieren mit Mathematica.....	294
B	Anbindung an SQL-Datenbanken	297
B.1	Anlegen einer ODBC-Schnittstelle	297
B.2	Abfragen aus Datenbanken	298
B.3	Der Database Explorer	303
C	Kleines MySQL-ABC	307
C.1	Das Datenbanksystem MySQL.....	307
C.2	Daten verwalten.....	309
C.3	Daten eingeben und ändern.....	311
C.4	Daten abfragen und exportieren	313
C.5	Tabellen zusammenfassen.....	314
	Literaturverzeichnis	317
	Index	319

6 Grafiken erstellen mit Mathematica

Mathematica besitzt ein äußerst umfangreiches Spektrum grafischer Funktionalitäten, zu umfangreich, um es vollständig im Rahmen dieses Buches beschreiben zu können. In diesem Abschnitt sollen die nach Meinung des Autors wichtigsten Aspekte rund um Grafiken besprochen werden, wobei wir einige spezielle Grafiktypen erst in späteren Abschnitten vorstellen werden, insbesondere in den Abschnitten 7.3, 8, 10 und 17.2. Wir beginnen in Abschnitt 6.1 mit elementaren geometrischen Formen und den Optionen, mit denen man ihr Erscheinungsbild beeinflussen kann. In Abschnitt 6.2 werden wir dann zeigen, wie man durch geschickte Wahl der Grafikoptionen maßgeschneiderte Grafiken erzeugen kann. Diese Optionen sind allgemein für Grafiken gültig, auch für die Darstellungen von Funktionsgraphen und Punktmengen in den späteren Abschnitten 7.3 und 17.2. Seit Version 6.0 kann man aber auch nachträglich noch Änderungen an einer Grafik vornehmen; derartige Möglichkeiten des Feinschliffs werden in Abschnitt 6.3 erläutert.



Weiterführende Informationen . . . findet der Leser in der Hilfe, entweder unter *Built-in Functions: Graphics and Sound* oder *Add-ons: Standard Packages* → *Graphics* (bis Version 5.2), oder unter *guide/VisualizationAndGraphicsOverview* (seit Version 6.0).

6.1 Elementare Grafikobjekte und Grafiktypen

Mit Hilfe des `Graphics`- und des `Graphics3D`-Befehls kann man eine Reihe elementarer Grafikobjekte, wie Kreise, Rechtecke, Würfel, etc., erzeugen. Diese werden wir später in Abschnitt 10 nochmals ansprechen. Die nötige Syntax ist simpel: `Graphics[Element, Optionen]` bzw. `Graphics3D[Element, Optionen]` erzeugt das gewünschte Objekt unter Berücksichtigung bestimmter Optionen. Seit Version 6.0 werden die Grafikobjekte nach Ausführung des obigen `Graphics`- bzw. `Graphics3D`-Befehls direkt angezeigt, zuvor musste man das Kommando noch durch den `Show`-Befehl umschließen. Dieser wird allerdings weiterhin benötigt, wenn man mehrere Grafiken zugleich anzeigen will.

```
Graphics[Rectangle[{0,0}, {0.5,0.5}]]
```



Befehl	Beschreibung
<code>Point[{x,y}]</code>	Punkt an der Stelle (x,y) .
<code>Circle[{x,y},r]</code>	Kreislinie mit Radius r und Mittelpunkt (x,y) .
<code>Disk[{x,y},r]</code>	Kreisscheibe mit Radius r und Mittelpunkt (x,y) .
<code>Line[{{x1,y1},...}]</code>	Linienzug durch gelistete Punkte, beginnend in (x_1,y_1) .
<code>Rectangle[{x1,y1},{x2,y2}]</code>	Rechteck, festgelegt durch linke untere und rechte obere Ecke.
<code>Polygon[{{x1,y1},...}]</code>	Polygon mit gewählten Eckpunkten.
<code>Arrow[{{x1,y1},...,{xn,yn}}]</code>	Pfeil durch die vorgeg. Punkte, endend in (x_n,y_n) . (seit V.6)
<code>Text["abc",{x,y}]</code>	Text abc , zentriert an Position (x,y) . Optional noch weitere Pärchen $\{k,l\}$ für Textausrichtung möglich.

Tabelle 6.1: Elementare 2D-Grafikobjekte.

```
obj1=Graphics[Rectangle[{0,0},
{0.5,0.5}]];
obj2=Graphics[Rectangle[{0.2,0.3},
{0.7,0.6}]];
Show[obj1,obj2]
```



Die Grafiken werden offenbar der Reihe nach überlagert gezeichnet. Von dieser Fähigkeit werden wir des Öfteren Gebrauch machen. Erinnerung sei an dieser Stelle zudem an die Bedeutung des Semikolons ‘;’, siehe Kapitel 2, Seite 12: Während dieses ab Version 6.0 tunlichst nicht auf einen `Show`-Befehl folgen sollte, wie im Beispiel oben, ist sein Einsatz bis Version 5.2 empfehlenswert.

Eine Auswahl möglicher Grafikobjekte ist in den Tabellen 6.1 und 6.2 aufgelistet. Einige von diesen werden wir gleich in den Abschnitten 6.2.1 und 6.2.2 an Beispielen genauer erläutern. An dieser Stelle wollen wir nur auf das Erstellen von Pfeilen eingehen.

```
Graphics[Arrow[{{-2,0},{1,0},{1,1},{2,0}}]]
```

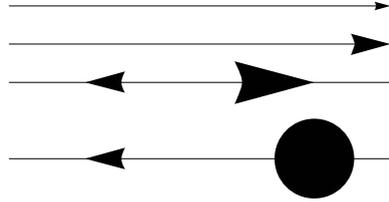


Position, Größe und Gestalt der Pfeilspitze kann man über das Kommando `Arrowheads` beeinflussen, welches man dem `Arrow`-Befehl voranstellt in der Form `Graphics[{Arrowheads[...], Arrow[...]}]`. Die Syntax des `Arrowheads`-Kommandos ist dabei

```
Arrowheads[{{gr1,pos1,grafik1},...}]
```

d. h. die erste Pfeilspitze wird an Position pos_1 in Größe gr_1 gezeichnet und ist dabei vom Typ $grafik_1$. Lässt man Letzteres weg, wird eine Standardpfeilspitze gezeichnet. Ein paar Beispiele:

```
obj1=Graphics[Arrow[{{0,0},{5,0}}]];
obj2=Graphics[{Arrowheads[0.1],
Arrow[{{0,-0.5},{5,-0.5}}]}];
obj3=Graphics[
{Arrowheads[{{0.2,0.8},{-0.1,0.2}}],
Arrow[{{0,-1},{5,-1}}]}];
spitze=Graphics[Disk[{{0,0},1}]];
obj4=Graphics[
{Arrowheads[{{0.1,0.8,spitze},{-0.1,0.2}}],
Arrow[{{0,-2},{5,-2}}]}];
Show[obj1,obj2,obj3,obj4]
```



Vorgängerversionen: Benutzer von Versionen bis 5.2 müssen in puncto Pfeile komplett anders verfahren, indem sie zuerst das Paket `Graphics`Arrow`` laden. Das dortige Kommando `Arrow` ist wesentlich mächtiger als obige Variante aus Version 6.0: `Arrow[{{x1,y1},{x2,y2},Optionen}`. Mögliche Optionen sind dabei u. a. `HeadLength` (Länge der Pfeilspitze, absolut), `HeadWidth` (Breite der Pfeilspitze, relativ zu ihrer Länge) und `HeadCenter`, welches die Form der Pfeilspitze beeinflusst. Um sich einen Eindruck davon zu verschaffen, führe der Leser folgende Zeilen aus:

```
Needs["Graphics`Arrow`"]
obj1=Graphics[Arrow[{{0,0},{1,0}}]];
obj2=Graphics[Arrow[{{0,-0.1},{1,-0.1}}, {HeadLength->0.1}]];
obj3=Graphics[Arrow[{{0,-0.2},{1,-0.2}}, {HeadLength->0.1, HeadWidth->0.75}]];
obj4=Graphics[Arrow[{{0,-0.3},{1,-0.3}}, {HeadLength->0.1, HeadCenter->0.5}]];
obj5=Graphics[Arrow[{{0,-0.4},{1,-0.4}}, {HeadLength->0.1, HeadCenter->1.5}]];
Show[obj1, obj2, obj3, obj4, obj5]
```

Neben zweidimensionalen Grafikobjekten bietet Mathematica natürlich auch dreidimensionale an. Wichtige 3D-Grafikobjekte sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Das dort aufgeführte Paket `Graphics`Shapes`` wird seit Version 6.0 leider nicht mehr ausgeliefert, ist aber erhältlich unter:

<http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/6793/>.

Es sei dem Nutzer ab Version 6.0 empfohlen, dieses Paket herunterzuladen und, wie im Tipp auf Seite 26 beschrieben, in einem Ordner namens *AusWeb* abzulegen. Manche der dortigen Objekte sind aber auch über `ExampleData[{"Geometry3D", "Typ"}]` aufrufbar, vgl. Abschnitt 19.4: Ein Kegel ("Cone"), ein Torus ("Torus"), ein Möbiusband ("MoebiusStrip"), auch die Kleinsche Flasche ("KleinBottle").

Wie wir oben erwähnt haben, kann man mit Hilfe des `Show`-Befehls mehrere Grafikobjekte zugleich, überlagert, ausgeben. Man kann mehrere Objekte aber auch nebeneinander, tabellarisch, anordnen:

Befehl	Beschreibung
<code>Point[{x, y, z}]</code>	Punkt an der Stelle (x, y, z) .
<code>Line[{{x1, y1, z1}, ...}]</code>	Linienzug durch die aufgelisteten Punkte.
<code>Cuboid[{x1, y1, z1}, {x2, y2, z2}]</code>	Quader, festgelegt durch zwei Ecken.
<code>Cylinder[{{x1, y1, z1}, {x2, y2, z2}}, r]</code>	Zylinder mit Radius r um die Verbindungsstrecke der beiden vorgegebenen Punkte. (seit V. 6)
<code>Sphere[{x, y, z}, r]</code>	Kugel mit Radius r um vorgeg. Mittelpunkt. (seit V. 6)
<code>Polygon[{{x1, y1, z1}, ...}]</code>	Polygon mit gewählten Eckpunkten.
<code>Text["abc", {x, y, z}]</code>	Text abc , zentriert an Position (x, y, z) .
Zusätzlich im Paket <code>Graphics`Shapes`</code> :	
<code>Cylinder[r, h, n]</code>	Zylinder mit Radius r , Höhe h , begrenzt durch n Flächen.
<code>Cone[r, h, n]</code>	Kegel mit Radius r , Höhe h , begrenzt durch n Flächen.
<code>Torus[r1, r2, n, m]</code>	Torus mit äußerem Radius r_1 und Ringradius r_2 , begrenzt durch $n \cdot m$ Flächen.
<code>Sphere[r, n, m]</code>	Kugel mit Radius r , begrenzt durch $n \cdot (m - 2) + 2$ Flächen.
<code>MoebiusStrip[r, b, n]</code>	Möbiusband: Radius r , Breite b , $2n$ Flächen.
<code>Helix[r, h, n, m]</code>	Spirale mit Radius r und Abständen h , mit n Windungen zu je m Flächen. Analog <code>DoubleHelix[r, h, n, m]</code> .

Tabelle 6.2: Elementare 3D-Grafikobjekte.

```
Needs["AusWeb`Shapes`"]
```

```
obj1 = Graphics3D[Cuboid[{0,0,0}, {0.5,0.5,0.5}], Boxed->False];
obj2 = Graphics3D[Cone[1, 2, 20], Boxed->False];
obj3 = Graphics3D[Cylinder[1, 2, 20], Boxed->False];
obj4 = Graphics3D[Torus[4, 1, 20, 10], Boxed->False];
obj5 = Graphics3D[Sphere[1, 20, 20], Boxed->False];
obj6 = Graphics3D[MoebiusStrip[5, 1, 20], Boxed->False];
```

```
liste = {{obj1, obj2, obj3}, {obj4, obj5, obj6}};
liste //TableForm
```

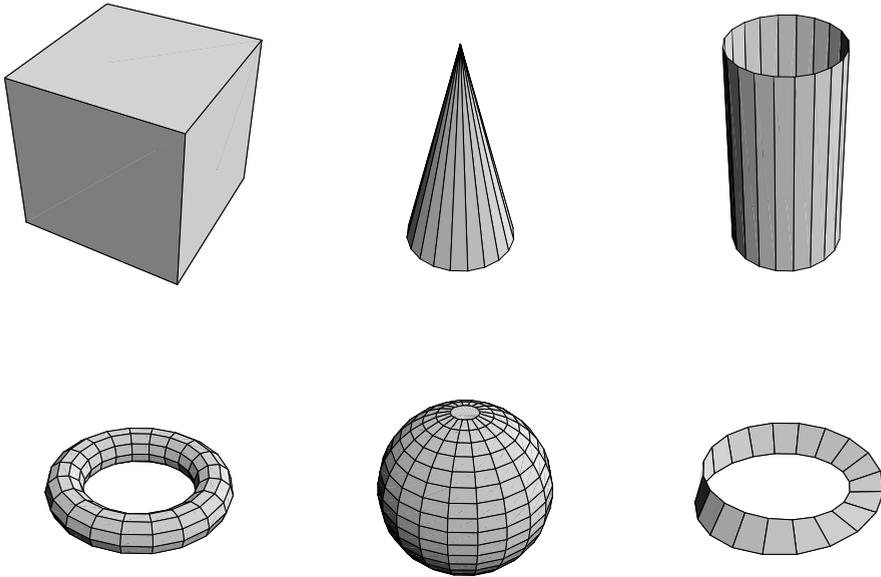


Abb. 6.1: Grafiken tabellarisch anordnen.

Das Paket `Graphics`Shapes`` wird hierbei nur für einige der Objekte benötigt, siehe Tabelle 6.2. **Boxed->False** bewirkt, dass die Objekte nicht durch eine Box umrahmt werden, siehe Abschnitt 6.2.2. Zum Schluss wird die Liste tabellarisch dargestellt, und in genau dieser Weise werden dann auch die Grafikobjekte gezeichnet, siehe Abbildung 6.1.

Vorgängerversionen: Bis einschließlich Version 5.2 werden in obigem Beispiel keine Grafiken angezeigt, man erreicht dies erst nach Ausführung von:

```
Show[GraphicsArray[liste, GraphicsSpacing->0.2]];
```

wobei das Argument `GraphicsSpacing` (Vorgabewert ist 0.1), welches den Abstand zwischen den einzelnen Grafiken regelt, auch weggelassen werden kann.

Ausblick: Neben den bisher besprochenen geometrischen Objekten bietet *Mathematica* natürlich auch Grafikbefehle zur Darstellung von Funktionsgraphen an. Zentral sind hierbei der `Plot`-Befehl, den wir bereits in einem Beispiel in Kapitel 2 kennengelernt haben, sowie seine Ableger. Wie wir in Abschnitt 7.3 sehen werden, gelten alle Grafikoptionen, die im Folgenden vorgestellt werden, auch für diese Befehlsfamilie.



Ausblick: Ein anderer bedeutsamer Grafiktyp ist die Punktgrafik. Mit `ListPlot`, siehe Beispiel 4.3.2, können Listen von Werten grafisch dargestellt werden, was sich insbesondere im Rahmen statistischer Datenanalyse als bedeutsam erweisen wird. Auch für `ListPlot` und verwandte Befehle gelten die im Folgenden vorzustellenden Grafikoptionen, siehe Abschnitt 17.2.1.



Zu guter Letzt sei daran erinnert, dass man erzeugte Grafiken auch exportieren kann, genau wie in Abschnitt 4.3 beschrieben. Daneben gibt es auch die Möglichkeit, ausgegebene Grafiken über Anklicken ihrer Zellklammer (bei mehreren Markierungen zugleich die Taste `Strg` gedrückt halten) zu markieren, und dann z. B. mit Hilfe eines geeigneten Druckertreibers in eine EPS-Datei zu drucken. Alternativ kann man auch über `Edit` → `Save Selection As` (bis Version 5.2) bzw. `File` → `Save Selection As` (seit Version 6.0) die markierten Grafiken in eines der angebotenen Grafikformate exportieren.

6.2 Maßgeschneiderte Grafiken erzeugen

Der vorige Abschnitt 6.1 erlaubte es uns, ein klein wenig in das Grafikrepertoire von Mathematica hineinzuschnuppeln. Noch ist die grafische Ausgabe der Objekte allerdings wenig zufriedenstellend: Schaut man sich beispielsweise nochmals die Definition des Rechtecks zu Beginn von Abschnitt 6.1 an, so handelt es sich bei diesem eigentlich um ein Quadrat. Dargestellt wird dieses aber, je nach Version, verzerrt als Rechteck. Ferner mussten wir uns mit den farblichen Voreinstellungen Mathematicas begnügen. Um dies zu ändern, können wir auf zweierlei Weise vorgehen: Erstens können wir Gebrauch von den angebotenen Grafikoptionen machen und die Grafik gleich so erzeugen, dass sie unseren Anforderungen entspricht. Dies ist quasi der traditionelle Weg in Mathematica, den wir in diesem Abschnitt detailliert erläutern wollen. Seit Version 6.0 kann man Grafiken aber auch nachbearbeiten, wie man es von sonstiger Grafiksoftware her gewohnt ist. Diese neuartigen Möglichkeiten wollen wir später in Abschnitt 6.3 vorstellen.

6.2.1 2D-Grafikobjekte anpassen



Weiterführende Informationen ... zur Anpassung zweidimensionaler Grafiken werden in der Hilfe unter *Built-in Functions: Graphics and Sound* → *Graphics Primitives* → *Graphics* (bis Version 5.2) bzw. *ref/Graphics* (seit Version 6.0) angeboten.

Mathematica bietet eine Reihe von Stellschrauben an, um zweidimensionale Grafikobjekte in der gewünschten Weise zu erzeugen. Dabei ist zuerst zwischen zwei Arten solcher Stellschrauben zu unterscheiden: Anweisungen, die sich auf das individuelle Grafikobjekt beziehen ('directives'), und Anweisungen, die die Gesamtgrafik global betreffen ('options'). Wir wollen aus beiden Gruppen die wichtigsten Vertreter vorstellen und beispielhaft erläutern.

Befehl	Beschreibung
ImageSize -> <i>Wert</i>	Breite der Grafik in Punkten.
AspectRatio -> <i>Wert</i>	Verhältnis von Grafikhöhe zu -breite.
PlotRange -> $\{\{x_1, x_2\}, \{y_1, y_2\}, \{z_1, z_2\}\}$	Wertebereich $[x_1; x_2] \times [y_1; y_2] \times [z_1; z_2]$, über dem die Grafik gezeichnet wird. $\{z_1, z_2\}$ entfällt bei 2D-Grafiken. Gibt man nur PlotRange -> $\{a, b\}$ an, so wird dies als Bereich der Hochachse interpretiert.
PlotLabel -> <i>"Text"</i>	Überschrift der Grafik, Voreinstellung ist None .
PlotStyle -> $\{Dir1, \dots\}$	Behälterbefehl für Grafikdirektiven, die sich auf zu zeichnende Funktionsgraphen beziehen.
BaseStyle -> $\{Dir1, \dots\}$	Behälterbefehl für Grafikdirektiven, die sich auf Grundeinstellungen der Grafik beziehen. (seit V.6)
Axes -> <i>Wert</i>	Die möglichen Werte True und False geben an, ob Achsen angezeigt werden.
AxesLabel -> $\{"TxtX", "TxtY", "TxtZ"\}$	Beschriftung der Achsen, auch Angabe von None für einzelne Achsen möglich.
AxesOrigin -> $\{Wert\}$	Legt Position des Koordinatenkreuzes fest.
AxesStyle -> $\{xliste, yliste, zliste\}$	Behälterbefehl für Direktiven analog PlotStyle . An Stelle einer Liste für eine Achse auch Automatic für Voreinstellung möglich.
Ticks -> $\{xliste, yliste, zliste\}$	Einteilung der einzelnen Achsen. An Stelle einer Liste für eine Achse auch Automatic für Voreinstellung möglich sowie None für keine Achsmarkierungen.
Gridlines -> $\{xliste, yliste, zliste\}$	Analog Ticks , nur werden hier Gitterlinien eingezeichnet.
Frame -> <i>Wert</i>	Diese Option sowie FrameLabel , FrameStyle , FrameTicks völlig analog wie die jeweiligen Axes -Kommandos, nur bezogen auf einen Rahmen um die Grafik.
Zusätzlich für 3D-Grafiken:	
Boxed -> <i>Wert</i>	Die möglichen Werte True und False geben an, ob die Grafik in einer Box angezeigt wird.
Lighting -> $\{"Typ1", Farbe1, \{x1, y1, z1\}, \dots\}$	Legt Position und Art der Lichtquellen fest. (seit V.6)
Viewpoint -> $\{x, y, z\}$	Blickpunkt, von dem aus die Grafik anvisiert wird.

Tabelle 6.3: Auswahl wichtiger Grafikoptionen.

Beginnen wir mit den *globalen Optionen*, welche man innerhalb von `Graphics`, analog aber auch bei Grafikbefehlen wie `Plot`, anhängt: `Graphics[Element, Opt1, ...]`. Eine Kurzzusammenfassung solcher Optionen bietet Tabelle 6.3. Hierbei wiederum wollen wir bei den *Grafikproportionen* einsteigen. Klickt der Leser eine ausgegebene Grafik an, wird ein Grafikfenster sichtbar, in welches die Grafik füllend einbeschrieben ist. Dieses Fenster kann man mit der Maus größer oder kleiner ziehen, vgl. Abschnitt 6.3.1, kann aber auch schon vorher die *Fensterbreite* festlegen, indem man `ImageSize -> Wert` angibt, wobei der Wert in Punkten dimensioniert ist. Die Höhe berechnet sich daraus mit Hilfe des Faktors, den man per `AspectRatio -> Wert` bestimmt. Standardmäßig ist hier $1/\text{GoldenRatio} \approx 0.62 < 1$ festgelegt, was der Grund dafür ist, dass das Quadrat zu Beginn des Abschnitts 6.1 als Rechteck erschien. An Stelle eines expliziten Wertes kann man auch `Automatic` angeben. Dann berechnet Mathematica einen passenden Faktor so, dass beide Koordinatenachsen gleich skaliert sind.

Im folgenden Beispiel, das gleich mehrere der 2D-Objekte vorstellt, wurde `AspectRatio -> 1` gesetzt. Die Optionen des ersten Objektes innerhalb von `Show` haben dabei Vorrang vor den Optionen der übrigen Objekte.

```
obj1=Graphics[Circle[{0,0}, 1], AspectRatio -> 1];
obj2=Graphics[Line[{{0,0}, {1/√2, 1/√2}}]];
obj3=Graphics[Disk[{0,0}, 0.03]];
obj4=Graphics[Text["Kreisfläche", {0,-0.5}]];
obj5=Graphics[Text["Radius r", {0.4,0.4}, {1,0},
{1,1}]];
Show[obj1, obj2, obj3, obj4, obj5]
```



Eine kurze Bemerkung zum `Text`-Objekt: Das dritte Argument `{1,0}` legt fest, dass der Text rechtsbündig ist (`{-1,0}`: linksbündig, Voreinstellung `{0,0}`: zentriert). Aus dem Verhältnis der Zahlen im vierten Argument `{1,1}` errechnet sich der Winkel, in dem der Text geschrieben wird, mit `{1,0}` für horizontal und `{0,1}` für vertikal.

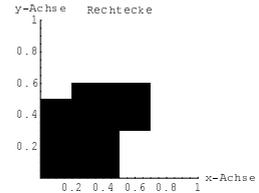
Durch `AspectRatio` und `ImageSize` ist nun die Größe des Fensters fixiert, der darin gezeigte *Inhalt* kann aber noch beeinflusst werden. Standardmäßig versucht Mathematica, das Fenster optimal auszufüllen, was Verzerrungen zur Folge haben kann. Manuell kann man den gezeichneten Bereich via `PlotRange -> {{x0,x1},{y0,y1},{z0,z1}}` festlegen, wobei der *z*-Bereich nur bei 3D-Grafiken anzugeben ist. Man beachte die Auswirkung auf das Beispiel aus Abschnitt 6.1:

```
obj1=Graphics[Rectangle[{0,0}, {0.5,0.5}],
AspectRatio -> 1, PlotRange -> {{0,1},{0,1}}];
obj2=Graphics[Rectangle[{0.2,0.3}, {0.7,0.6}]];
Show[obj1,obj2]
```



Die zwei Rechtecke wirken links unten etwas deplatziert. Da aber der gesamte Bereich $[0; 1] \times [0; 1]$ dargestellt wird, hat dies seine Richtigkeit. Etwas einsichtiger wird dies, wenn man via `Axes -> True` Koordinatenachsen anzeigen lässt:

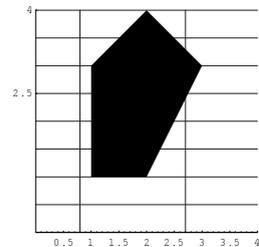
```
obj1=Graphics[Rectangle[{0,0}, {0.5,0.5}],
AspectRatio->1, PlotRange->{{0,1},{0,1}},
Axes->True, AxesLabel->{"x-Achse", "y-Achse"},
PlotLabel->"Rechtecke"];
obj2=Graphics[Rectangle[{0.2,0.3}, {0.7,0.6}]];
Show[obj1,obj2]
```



Hierbei wurden über `PlotLabel` bzw. `AxesLabel` auch noch die Grafik bzw. die Achsen beschriftet. Durch `AxesOrigin` könnte man ferner auch den Ursprung, das Koordinatenkreuz, modifizieren. Bei `AxesStyle->{xliste, yliste, zliste}` kann man innerhalb der einzelnen Listen *Direktiven* angeben, mit denen man die einzelnen Achsen beeinflussen kann. Solche Direktiven wie Farben, etc., werden wir weiter unten in diesem Abschnitt besprechen.

Die Unterteilung der Achsen kann man durch `Ticks->{xliste, yliste, zliste}` auch manuell festlegen, ferner kann man durch `GridLines` Gitterlinien zeichnen lassen. Durch die Option `Automatic` werden diese an den Haupteinheiten der Achsen gezeichnet, man kann aber auch hier wieder explizit durch Listen die Linienposition bestimmen:

```
Graphics[
Polygon[{{1,1}, {2,1}, {3,3}, {2,4}, {1,3}}],
AspectRatio->1, PlotRange->{{0,4}, {0,4}},
Axes->True, Ticks->{Automatic, {2.5,4}},
GridLines->{{0.8,2.7}, Automatic}]
```



Für 2D-Grafiken gibt es ferner noch die Optionenfamilie `Frame`, `FrameLabel`, `FrameStyle` und `FrameTicks`, die, vergleichbar dem Koordinatensystem, einen Rahmen mit Einheiten um die Grafik zeichnet. Einstellungen nimmt man entsprechend dem jeweiligen Analogon für Koordinatenachsen (`Axes`-Befehl) vor.

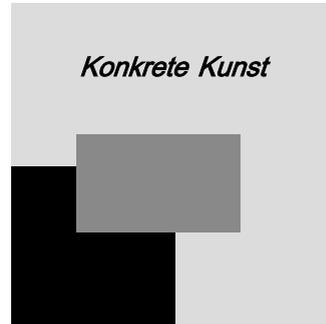
Bisher unbeachtet blieb der in der Grafik mitausgegebene Text. Um die Grafikbeschriftungen zu beeinflussen, muss man per `BaseStyle->{Einstellungen}` Festlegungen treffen, etwa

<code>FontFamily->"Name"</code>	Auswahl einer Schriftart,
<code>FontSize->n</code>	Schriftgröße in pt,
<code>FontWeight->"Bold"</code>	Fettdruck,
<code>FontSlant->"Italic"</code>	kursive Schrift.

Vorgängerversionen: Benutzer von Versionen bis 5.2 müssen zur Anpassung der Beschriftungen an Stelle von `BaseStyle` die Option `TextStyle->{Einstellungen}` verwenden, bei ansonsten gleicher Syntax.

Bei einem Text *objekt* ist das Ganze etwas verzwickter: Statt nur `Text["abc", {x,y}, ...]` schreibt man `Text[StyleForm["abc", Optionen], {x,y}, ...]` und kann bei den Optionen die gewünschten Eigenschaften aufzählen. Ein Beispiel:

```
obj1=Graphics[Rectangle[{0,0}, {0.5,0.5}],
AspectRatio->1, PlotRange->{{0,1},{0,1}},
Background->GrayLevel[0.8]];
obj2=Graphics[{GrayLevel[0.4],
Rectangle[{0.2,0.3}, {0.7,0.6}]}];
obj3 = Graphics[
Text[StyleForm["Konkrete Kunst",
FontFamily->"Arial", FontSize->16,
FontWeight->"Bold",
FontSlant->"Italic"], {0.5,0.8}]];
Show[obj1,obj2,obj3]
```



Im Beispiel wurde durch `Background->GrayLevel[0.8]` ein hellgrauer Hintergrund erreicht, und auch *obj2* ist in einem Grauton gezeichnet worden. Bei `GrayLevel` handelt es sich dabei um eine von mehreren Grafikdirektiven, mit denen man das individuelle Erscheinungsbild einzelner Grafikobjekte anpassen kann. Einen Überblick bietet Tabelle 6.4. Die Anwendung dieser Direktiven ist simpel: Innerhalb der `Graphics`-Anweisung (analog auch bei `Graphics3D`) schreibt man an Stelle von *Element* ausführlicher $\{Dir1, Dir2, \dots, Element\}$, genau wie in *obj2*. Bei der Auswahl der richtigen Koordinaten für die Farbkommandos hilft übrigens der Menüpunkt *Input* \rightarrow *Color Selector* (bis Version 5.2) bzw. *Insert* \rightarrow *Color* (seit Version 6.0) weiter. Neben diesen Möglichkeiten vor Erzeugen der Grafik gibt es seit Version 6.0 umfangreiche Ansätze der Grafikenbearbeitung, siehe Abschnitt 6.3.

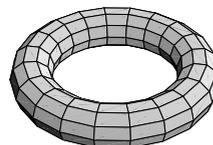
6.2.2 3D-Grafikobjekte anpassen

Was die Bearbeitung der Grafiken betrifft, besteht eigentlich kein Unterschied zwischen 2D- und 3D-Grafiken. Das Rahmenkommando ist nun `Graphics3D`, aber Optionen und/oder Direktiven werden genauso platziert wie bei `Graphics`, siehe auch den Hilfe-eintrag *Built-in Functions: Graphics and Sound* \rightarrow *Graphics Primitives* \rightarrow *Graphics3D* (bis Version 5.2) bzw. *ref/Graphics3D* (seit Version 6.0). Einzig gibt es deutlich mehr Optionen als zuvor, und von diesen zusätzlichen Optionen sollen einige hier vorgestellt werden.

3D-Grafiken werden per Voreinstellung durch eine Box umrahmt. Wenn das stört, erhält durch die Option `Boxed->False` Abhilfe:

```
Needs["AusWeb`Shapes`"]

Graphics3D[
Torus[4,1,20,10], Boxed->False]
```



Passend zu einer 3D-Grafik kann man diese auch rotieren, indem man den Blickpunkt

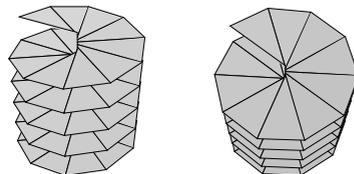
Befehl	Beschreibung
GrayLevel [x]	Grauton vom Wert $x \in [0; 1]$, 0=schwarz, 1=weiß.
RGBColor [r, g, b]	RGB-Farbton, bestimmt durch Tripel r, g, b . Analoge Farbkommandos: CMYKColor [c, m, y, k], Hue [h].
AbsoluteDashing [$\{w1, \dots\}$]	Linie stricheln, mit festgelegter Längenfolge in pt.
Dashing [$\{r1, \dots\}$]	Linie stricheln, mit Längenwerten relativ zur Grafikgröße.
AbsolutePointSize [d]	Punktdurchmesser in pt.
PointSize [r]	Punktdurchmesser relativ zur Grafikgröße.
AbsoluteThickness [d]	Liniendicke in pt.
Thickness [r]	Liniendicke relativ zur Grafikgröße.
Opacity [p]	Grad der Lichtundurchlässigkeit, zwischen 0 und 1, 0=perfekte Transparenz. Achtung: Probleme beim Export ins EPS-Format. (seit V. 6)
Zusätzlich für 3D-Grafiken:	
EdgeForm [<i>Spez.</i>]	Betrifft Kanten eines Objektes, verwendet werden können obige Direktiven wie Farben, etc.
FaceForm [x, y]	Betrifft Flächen eines Objektes: x =Farbe Oberseite, y =Farbe Unterseite.
SurfaceColor [<i>Farbe</i>]	Betrifft Schattierung eines Objektes.

Tabelle 6.4: Auswahl wichtiger Grafikdirektiven.

ändert. Dies erreicht man über **ViewPoint** $\rightarrow \{x, y, z\}$, wobei man zur Koordinatenauswahl den Menüpunkt *Input* \rightarrow *3D ViewPoint Selector* zu Hilfe nehmen kann. Den Effekt zeigt folgendes Beispiel:

```
Graphics3D[
Helix[1,1,5,10], Boxed  $\rightarrow$  False]
```

```
Graphics3D[
Helix[1,1,5,10], Boxed  $\rightarrow$  False,
ViewPoint  $\rightarrow$  {1,-1,3}]
```



Seit Version 6.0 geht dies auch wesentlich einfacher, indem man nach Erzeugen der 3D-Grafik mit dem Mauszeiger über den Grafikbereich fährt; er wandelt sich dann zu einer

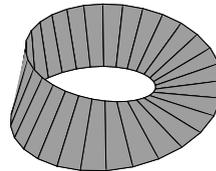
der beiden folgenden Formen:  oder . Nun kann man mit gedrückter linker Maustaste die Grafik rotieren, wobei die Position der Drehachse von der Art des Mauszeigers abhängt, siehe auch Abschnitt 6.3.

Schließlich kann man gezielt Beleuchtung einschalten, wobei sich hier die Befehlssyntax mit Version 6.0 komplett geändert hat hin zur neuen Option `Lighting`. Deren Syntax ist

$$\mathbf{Lighting} \rightarrow \{ \{ \text{"Typ1"}, \text{Farbe1}, \{x_1, y_1, z_1\} \}, \dots \}$$

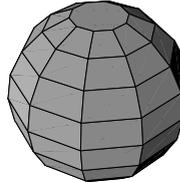
Im folgenden Beispiel wird nur ein graues Umgebungslicht eingeschaltet, mit dem Effekt, dass das gezeigte Möbiusband gleichmäßig grau eingefärbt ist:

```
Graphics3D[
  MoebiusStrip[5,2,30], Boxed->False,
  Lighting->{{"Ambient",GrayLevel[0.5]}}
```



Man kann auch beliebig viele Lichtquellen beliebiger Farbe an beliebigen Positionen einschalten. Ein Beispiel:

```
Graphics3D[
  Sphere[1,10,10], Boxed->False,
  Lighting->{{"Directional",
  GrayLevel[0.6], {-1,0,1}}}]
```



Vorgängerversionen: Benutzer bis Version 5.2 müssen ohne `Lighting` auskommen. Umgebungslicht kann man über `AmbientLight` einschalten, mit `LightSources` beliebig viele Lichtquellen beliebiger Farbe an beliebigen Positionen. Die Syntax ist `LightSources->{ {{x1,y1,z1}, Farbe1}, ...}`. Für die obigen Beispiele müsste der Code also lauten: `AmbientLight->GrayLevel[0.5], LightSources->{}` bzw. `LightSources->{{{ -1,0,1}, GrayLevel[0.6]}}`.

6.3 Grafiken nachbearbeiten

Seit Version 6.0 erlaubt es Mathematica, Grafiken auf einfache Weise, zugleich aber sehr umfassend nachzubearbeiten. Grob lassen sich die Möglichkeiten unterteilen in solche, die durch einfache Anwendung der Maus vonstatten gehen, und solche, für die man Werkzeuge einer Palette einsetzen muss.

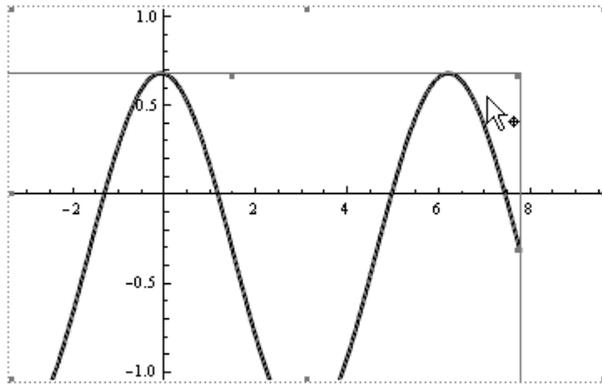


Abb. 6.2: Verschieben der Grafik im Grafikfenster.

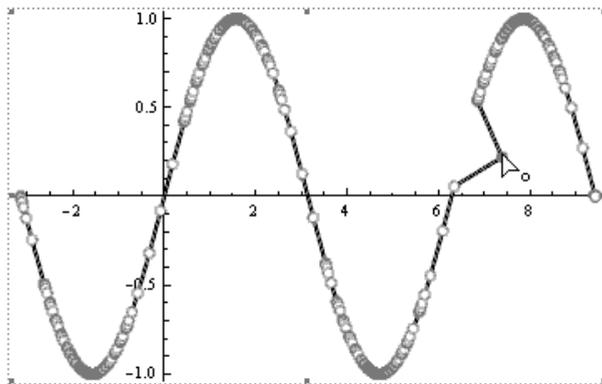


Abb. 6.3: Ziehen einzelner Punkte.

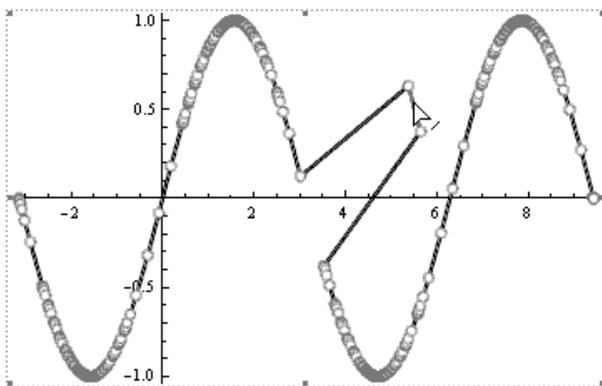


Abb. 6.4: Ziehen von Abschnitten.

6.3.1 ... mit der Maus

Eine der wenigen Möglichkeiten, die schon frühere Versionen von **Mathematica** bieten, ist es, die Größe der Grafik mit der Maus zu verändern, siehe auch Abschnitt 6.2.1, unter Beibehaltung der durch **AspectRatio** festgelegten Proportionen. Hierbei muss man zuerst die Maus so platzieren, dass sie von der Gestalt \curvearrowright o. Ä. ist, dann mit gedrückter Maustaste ziehen. Seit Version 6.0 hat man weitere Möglichkeiten der Nachbearbeitung mit der Maus. Eine davon hatten wir schon in Abschnitt 6.2.2 kennengelernt, nämlich die Rotation von 3D-Grafiken. Weitere sind:

- Maus von Form \leftrightarrow und \square -Taste gedrückt: Größe einseitig verändern, samt der Grafikproportionen, wie sie ursprünglich durch **AspectRatio** bestimmt wurden.
- Maus von Form \leftrightarrow und **Strg**-Taste gedrückt: Grafik bleibt unverändert, aber *Grafikfenster* ändert sich. Je nach Wahl ist die Grafik nur noch teilweise sichtbar.
- Maus von Form \updownarrow : Zieht man zuerst nach rechts unten, vergrößert sich das äußere Grafikfenster, anschließend kann man die eigentliche Grafik darin platzieren.

Ferner kann man nun einzelne Elemente der Grafik, z. B. die einzelnen Graphen bei einem **Plot** oder die einzelnen Punkte bei einem **ListPlot**, durch Doppelklick auswählen. Anschließend kann man, je nach Art des Elements, die folgenden Schritte unternehmen:

- Maus von Form \blacktriangleright oder \blacktriangleright : Objekt kann verschoben werden. In Abbildung 6.2 etwa wird nur die Sinuskurve verschoben, das Koordinatensystem bleibt.
- Maus von Form \blacktriangleright : Einzelner Punkt wird verschoben. In Abbildung 6.3 etwa führt dies dazu, dass ein Teil der Sinuskurve verzerrt wird.
- Maus von Form \blacktriangleright : Streckenabschnitt wird verschoben. In Abbildung 6.4 etwa führt dies dazu, dass ein Teil der Sinuskurve verzerrt wird.

Die Sinuskurve aus dem Beispiel wurde übrigens durch **Plot[Sin[x], {x, - π , 3 π }]** erzeugt. Um die neuen Möglichkeiten der Grafiknachbearbeitung zu erfahren, die Version 6.0 mit sich bringt, sei dem Leser dringlichst angeraten, verschiedenste Grafiken zu erzeugen und mit diesen herumzuspielen, auf ähnliche Weise, wie oben beschrieben.

6.3.2 ... mit der Grafikpalette

Neben den erweiterten Funktionalitäten der Maus bringt **Mathematica** auch zwei neue Grafikpaletten mit sich: Die aus Abbildung 6.5 (a) aktiviert man über *Graphics* \rightarrow *Drawing Tools*, die aus Abbildung 6.5 (b) entweder über *Graphics* \rightarrow *Graphics Inspector* oder mit dem Knopf oben rechts in der erstgenannten Palette.

Die Palette aus Abbildung 6.5 (a) bringt eine Reihe von Werkzeugen mit, wie sie aus Zeichenprogrammen bekannt sein dürften; das Werkzeug zum Ablesen von Punktkoordinaten (in der Abbildung das aktive Werkzeug) wurde übrigens erst mit Version 6.0.2

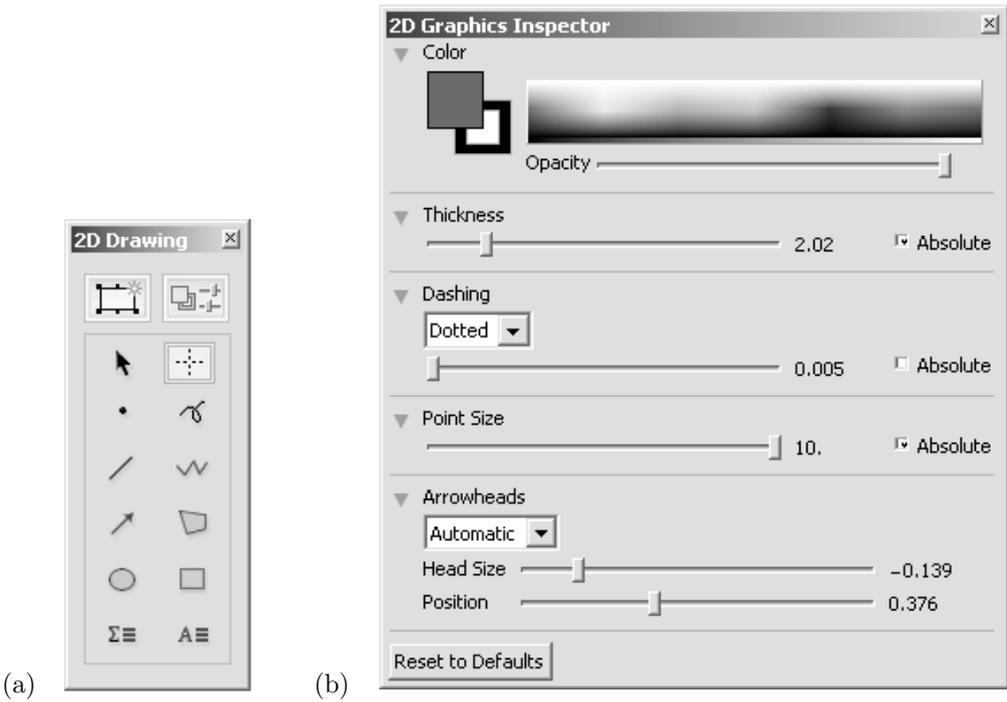


Abb. 6.5: Die Grafikpaletten von Mathematica, Version 6.

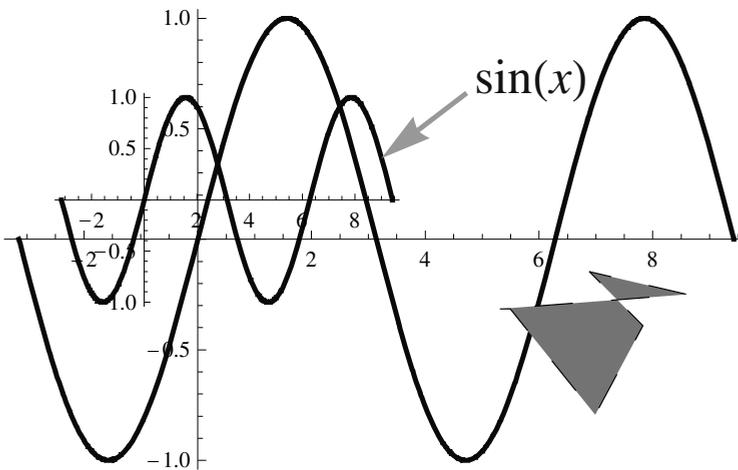


Abb. 6.6: Einsatz der Grafikwerkzeuge.

ergänzt. Eine Beschreibung der einzelnen Werkzeuge bietet die Hilfe, Eintrag *tutorial/InteractiveGraphicsPalette*. Mit ihrer Hilfe wurden etwa das Vieleck, der Pfeil und die Beschriftung (Typ *TraditionalForm*) in Abbildung 6.6 erzeugt. Dazu klickt man das jeweils gewünschte Werkzeug der Palette an. Der Mauszeiger ändert dann seine Form und zeichnet bei gedrückter linker Maustaste das gewünschte Objekt. Dieses kann man jederzeit wieder markieren, gemäß Abschnitt 6.3.1 manipulieren, und gegebenenfalls mit der **Entf**-Taste auch wieder löschen.

Die zweite Sinuskurve samt Koordinatensystem dagegen wurde anderweitig erzeugt: Durch einfaches Anklicken des Sinus-Plots wird der Grafikrahmen markiert, man drückt **Strg**+C (Kopieren). Anschließend übt man einen Doppelklick auf die Grafik aus und drückt **Strg**+V (Einfügen). Eine verkleinerte Kopie der Grafik findet sich nun als eigenständiges Objekt in der Hauptgrafik wieder und kann wie alle Grafikobjekte manipuliert werden.

Kommen wir nun zum *Graphics Inspector* aus Abbildung 6.5 (b). Dessen Einstellungen wirken sich stets auf das aktuell in der Grafik markierte Objekt (Doppelklick) aus. Die verfügbaren Stellschrauben, meist über Schieberegler, sind weitestgehend selbsterklärend. Über *Thickness* kann man z. B. die Liniendicke beeinflussen, über *Point Size* die Punktgröße. In puncto Pfeile, vgl. Abschnitt 6.1, kann man Einfluss nehmen auf die Form der Pfeilspitze, ihre Größe und ihre Position entlang der Pfeillinie. Auch hier sei der Leser wieder zu eigenständigem Experimentieren aufgefordert!

Index

||, 91
\n, 155, 194, 264
\t, 264
(.), 11
{}, 11
[.], 11
[[.]], 30
(*...*), 22
**, 54
->, 55, 286
., 78, 80
/., 55, 108, 115, 286
//., 286
//@, 282
/;;, 82, 86, 90
/@, 281
:=, 86, 87
:>, 204
;, 12, 13
;;, 30, 35, 82
=, 54, 87
=., 28
?, 28, 87
@@, 282
@@@, 282
#, 144, 275
\$MachinePrecision, 49
\$MaxExtraPrecision, 49
\$MaxPrecision, 49
\$MinPrecision, 49
\$RecursionLimit, 92
%, 21
&, 275
&&, 90
-, 82, 86, 87, 284, 293
-.:, 293
->, 284
—, 284
Abs, 45
AbsoluteTime, 251
Accumulate, 34
Accuracy, 49
ActionMenu, 204
Add-ons, *siehe* Pakete
Adjazenzmatrix, 159, 163
Algebra, 1
Algebraics, 143
Algebraische Zahlkörper, 143–146
Algorithmus, 1
AmbientLight, 70
Analysis, 103
 Komplexe, 118–119
 Reelle, 103–118
And, 90
Animate, 209
Animation, 208
Annotation, 206
ANOVA, 228–231
Apart, 56
Append, 33
AppendTo, 33
Apply, 156, 282
ArcCos, 89
ArcCosh, 89
ArcCot, 89
ArcCoth, 89
ArcCsc, 89
ArcCsch, 89
ArcSec, 89
ArcSech, 89
ArcSin, 89
ArcSinh, 89
ArcTan, 89
ArcTanh, 89
Arg, 45
Array, 31
ArrayFlatten, 81
Arrow, 61

- Arrowheads, 60
- AspectRatio, 66
- AstronomicalData, 256
- Astronomische Daten, 256–257
- AuthorTools, 187, 192–193
- Axes, 66
- AxesLabel, 67
- AxesOrigin, 67
- AxesStyle, 67, 93

- Background, 68
- Band, 85
- BaseForm, 47
- BaseStyle, 67
- Baum, 160
 - Spann-, 161
 - Wurzel-, 161
- Beep, 24
- Bernoulli, 90
- Beta, 89
- Binomial, 90
- Blank, 284
- BlankNullSequence, 284
- BlankSequence, 284
- Block, 277
- BrayCurtisDistance, 78
- Button, 202

- CanberraDistance, 78
- CancelButton, 202
- CAS, 1–2
- Ceiling, 45
- Cell, 189
- CellGroup, 189
- CellPrint, 189
- CForm, 53
- CharacterRange, 30
- ChebyshevDistance, 78
- CheckboxBar, 204
- ChemicalData, 254
- Chemische Elemente, 254–255
- Chop, 50
- CityData, 259
- Clear, 28
- CMYKColor, 69
- Coefficient, 44
- Collect, 56

- Column, 194
- Complement, 33
- Complex, 43
- ComplexExpand, 119
- ComposeList, 282
- Composition, 282
- Computeralgebra, 1
- Computeralgebrasystem, *siehe* CAS
- Conjugate, 45
- ConstantArray, 81
- ContourPlot, 96, 100
- ContourPlot3D, 101
- Cos, 89
- Cosh, 89
- CoshIntegral, 89
- CosIntegral, 89
- Cot, 89
- Coth, 89
- CounterBox, 191
- CountryData, 260
- CreateDocument, 190
- Cross, 78
- Csc, 89
- Csch, 89
- CylindricalPlot3D, 99

- D, 105, 291
- Database Explorer, 303
- Date, 251
- DateDifference, 252
- DateList, 251
- DateListPlot, 262
- Daten
 - analysieren, 213–238
 - aufbereiten, 213–215
 - Fehl-, 214
 - Import, *siehe* Import
 - zeichnen, 215–224
- DatePlus, 252
- DateString, 202, 252
- Datum, 251
- DefaultButton, 202
- Degree, 46
- Delete, 33
- Denominator, 44
- DensityPlot, 100
- Depth, 33, 35

- Derivative, 104
- Diagonal, 81
- DiagonalMatrix, 81
- DialogInput, 203
- DialogNotebook, 203
- DialogReturn, 203
- Differences, 34
- Differentiation, 104–106
 - Partielle, 105
- Digraph, *siehe* gerichteter Graph
- Dimensions, 81
- DiracDelta, 89
- Do, 272
- Dotplot, 268
- Drawing Tools, 72
- Drop, 33
- DSolve, 115
- Dynamic, 201

- E, 46
- EditDistance, 267
- Eingabepalette, 7, 10–11
 - AlgebraicManipulation, 11
 - BasicInput, 7, 11
 - SpecialCharacters, 11
- Element, 44
- ElementData, 254
- EngineeringForm, 47
- Erf, 89
- ErrorListPlot, 216, 217
- Ersetzungsoperator, 55
- EuclideanDistance, 78
- EulerGamma, 46
- Evaluate, 94
- EvenQ, 32
- ExampleData, 61, 261
- Exp, 89
- Expand, 55
- ExpIntegralEi, 89
- Exponent, 44
- Export, 37–42, 194–196
- Export, 37
- ExpressionCell, 189
- Extremwertbestimmung, 107–111

- Factor, 55, 137
- Factorial, 90
- FactorTerms, 55
- Fehldaten, 214
- Fibonacci, 90
- FilledListPlot, 220
- FilledPlot, 96
- Filling, 95
- FinancialData, 262
- FindInstance, 143
- FindMaximum, 108
- FindMinimum, 108
- FindRoot, 142
- Floor, 45
- Folgen, 88–92
- For, 272
- FortranForm, 52
- FractionalPart, 45
- FrameStyle, 93
- FreeQ, 294
- FromCharacterCode, 217
- FromDigits, 239
- FullForm, 53, 161, 280, 292
- FullSimplify, 57
- Function, 275
- FunctionExpand, 88
- FunctionInterpolation, 174
- Funktionen, 86–93, 275–279
 - ableiten, *siehe* Differentiation
 - Abschnittsweise, 92–93
 - anwenden, 280–283
 - Implizite, 96
 - integrieren, *siehe* Integration
 - Parametrische, 101–102
 - Reihenentwicklung, 112
 - Reine, 144, 275–276
 - transformieren, 113–114
 - zeichnen, 93–102
- Funktionentheorie, 118–119

- Gamma, 89
- Geometr. Transformationen, 130–134
- Geometrische Objekte, 59–70, 127–130
- Gleichungen, 9, 140–143
 - Lineare, 122
- Gleitpunktdarstellung, 171
- GoldenRatio, 46
- Grafiken, 59–74, 215–224
 - 2D, 59–61, 64–68, 97, 100–102

- 3D, 61–63, 68–70, 98–100
 - rotieren, 68
- Animierte, 208
- anordnen, 61
- bearbeiten, 70–74
- Interaktive, 206–212
- Legende, 95
- Optionen, 64–70
- Statistische, 215–224
- überlagern, 60, 61, 217
- Grafikpaletten, 72
- Graph, 151
 - Azyklischer, 160
 - Bipartiter, 158
 - Eulerscher, 152, 160
 - Gerichteter, 151, 162–164
 - Gewichteter, 162
 - Hamiltonscher, 160
 - Schlichter, 156
 - Ungerichteter, 151, 156–162
 - Vollständiger, 156
 - Zusammenhängender, 159
- Graphentheorie, 151–164
- Graphics, 59
- Graphics Inspector, 72
- Graphics3D, 59
- GraphicsArray, 63
- GraphicsGrid, 246
- GrayLevel, 68
- Grenzwerte, 103–104
- Grid, 36
- GridLines, 67
- Gruppe
 - Alternierende, 150
 - Diöder-, 150
 - Symmetrische, 148
 - Zyklische, 150
- Gruppentheorie, 148–151
- Häufigkeitstabelle, 223
- HammingDistance, 267
- HarmonicNumber, 90
- Head, 44, 53, 263
- Herman de Vries, 245
- Heronsches Verfahren, 274
- Hilfe, 17–20
 - ab Version 6.0, 17–18
 - Add-ons, 18
 - bis Version 5.2, 18
 - Built-in Functions, 18
 - Master Index, 18
 - The Mathematica-Book, VII, 18
- Hue, 69
- HypergeometricPFQ, 89
- Hyperlink, 194
- Hypothesentests, 228
- I, 44
- IdentityMatrix, 81
- If, 271
- Im, 45
- ImageSize, 66
- ImplicitPlot, 97
- Import, 37–42, 213
 - von Daten, 38, 39
 - von Grafiken, 38
- Import, 37
- InequalityPlot3D, 97
- InequalityPlot, 97
- Infinity, 46
- InputField, 203
- Insert, 33
- Integer, 43
- IntegerDigits, 239
- IntegerPart, 45
- IntegerQ, 32
- Integrate, 106
- Integration, 106–107
 - Hauptwert, 107
 - Numerische, 175–177
- InterpolatingFunction, 174
- InterpolatingPolynomial, 173
- Interpolation, 173–177
 - Spline-, 174–175
- Interpolation, 173
- Intersection, 33
- Interval, 44
- Inverse, 81, 126
- InverseErf, 89
- IsotopeData, 255
- Join, 33, 82
- Joined, 216
- Körpertheorie, 143–146

- Körperweiterung, *siehe* Algebraische Zahlkörper
- Kalender, 251–253
- Kettenbruch, 46
- Klammern verwenden, 11
- Kleinste-Quadrate-Methode, 111
- Konfidenzintervalle, 226–228
- Konfiguration, 23
- Kopieren
 - als Text, 42
- KroneckerDelta, 88

- Länderdaten, 260–261
- LabeledListPlot, 217
- LabeledListPlot, 217
- Landkarten zeichnen, 258
- L^AT_EX, 195
- Laurent-Reihe, 112, 119
- Length, 33
- LengthWhile, 34
- Level, 281
- Lighting, 70
- LightSources, 70
- Limit, 103
- Lineare Algebra, 77–86, 121–127, 177–183
- LinearSolve, 122, 179
- ListContourPlot, 220
- ListContourPlot3D, 220
- ListDensityPlot, 220
- Listen, 29–37
 - erzeugen, 30
 - formatieren, 29, 35
 - zeichnen, 215–220
- ListLogLinearPlot, 216
- ListLogLogPlot, 216
- ListLogPlot, 216
- ListPlot, 64, 97, 215, 218
- ListPlot3D, 220
- ListPointPlot3D, 216
- ListShadowPlot3D, 220
- Log, 89
- LogIntegral, 89
- LogLinearPlot, 93
- LogLogPlot, 93
- LogPlot, 93

- MakeSymbol, 219
- ManhattanDistance, 78
- Manipulate, 206
- Map, 149, 266, 281
- MapAt, 282
- Maschinenzahlen, 171
- MatchQ, 284
- Mathematica
 - Kernel, 8, 20
 - Neustart, 21
 - Notebook, *siehe* Notebook
 - Oberfläche, 7, 20
 - Player, 20
 - Player Pro, 20
 - Warnmeldungen, 29, 278
- MathMLForm, 52
- Matrix, 36, 79–86, 121–127
 - zerlegung, 177–183
 - Dünn besetzte, 84–86
- MatrixForm, 29
- MatrixPlot, 82, 226
- MatrixPower, 81
- MatrixQ, 36
- Maximize, 109
- MenuView, 198
- Message, 278
- Minimize, 109
- Missing data, 214
- Module, 277
- Monte-Carlo-Methoden, 245
- MouseAnnotation, 206
- Mouseover, 206
- MousePosition, 201
- Multinomial, 90
- MultipleListPlot, 219
- MySQL, 297, 307–316
 - MyODBC, 297, 307
 - MyOLEDB, 307

- N, 49
- ND, 106
- NDSolve, 115
- Needs, 25
- Negative, 32
- Nest, 283
- NestList, 240, 242, 283
- NestListWhile, 283

- NestWhile, 283
- NIntegrate, 106
- NLimit, 104
- NMaximize, 109, 110
- NMinimize, 109, 110
- Norm, 78, 80
- Normal, 85, 112
- Normalize, 78
- Not, 91
- Notebook, 7, 20
 - Ausgabe anzeigen, 197–198
 - Ausgabe formatieren, 51–53
 - Berechnung
 - abbrechen, 23
 - auslösen, 8
 - erzeugen, 190
 - Export, 194–196
 - HTML, 195
 - L^AT_EX, 195–196
 - MathML, 195
 - PDF, 195
 - RTF, 196
 - Hyperlink, 193–194
 - kommentieren, 22
 - Tag, 193
 - Zähler, 191
 - Zeilenumbruch, 12
 - Zellen, 20
 - einfügen, 22
 - erzeugen, 189–190
 - Initialization Cell, 279
 - Typ, 20, 188–189
- NotebookAutoSave, 23
- NotebookObject, 190
- NotebookWrite, 190
- NProduct, 51
- NSeries, 112, 119
- NSolve, 141
- NSum, 50
- Null, 214
- NumberForm, 47
- NumberQ, 32
- Numerator, 44
- Numerische
 - Berechnungen, 48–51, 171–183
 - Lineare Algebra, 177–183
 - Mathematik, 171–183
- ODBC, 297
- OddQ, 32
- Off, 28
- On, 29
- OpenerView, 197
- Optimierung, 107–111
- Or, 91
- Orbit, 150
- PadLeft, 33
- PadRight, 33
- Pakete
 - erstellen, 279
 - laden, 25–26
- ParametricPlot, 101, 175
- ParametricPlot3D, 101
- Part, 30
- ParticleData, 255
- Pause, 201
- Periodogramm, 237
- Permutationen, 147–151
- Permutations, 149
- Permutationsgruppe, 148–151
- Physikalische Konstanten, 255–256
- Pi, 46
- Piecewise, 92
- Plot, 63, 66, 93
- Plot3D, 98
- PlotJoined, 216
- PlotLabel, 67
- PlotLegend, 95
- PlotPoints, 98
- PlotRange, 66
- PlotStyle, 93
- Pochhammer, 90
- PointParametricPlot3D, 102
- Polynome, 137–140
 - Orthogonale, 138
 - Symmetrische, 139
- PopupMenu, 204
- PopupWindow, 205
- Positive, 32
- Postfixform, 52
- Potenzreihen, 112–113, 119
- Power, 89
- Precision, 49
- Prepend, 33

- PrependTo, 33
- PrimeQ, 32
- Print, 28
- Product, 51
- ProductLog, 89
- Projection, 78
- Punktmengen
 - zeichnen, 215–220

- Quadratmittenmethode, 239
- Quiet, 29

- RadioButtonBar, 204
- Random, 240, 241
- RandomComplex, 240, 241
- RandomInteger, 240, 241
- RandomReal, 240, 241
- Range, 30
- Rational, 43
- Rationalize, 45
- Re, 45
- Real, 43
- RealDigits, 48
- Reduce, 142
- Refresh, 202
- RegionPlot, 97
- RegionPlot3D, 97
- Regression, 232–235
- Remove, 26
- Replace, 286
- ReplaceAll, 286
- ReplaceList, 286
- ReplacePart, 33
- ReplaceRepeated, 286
- Reverse, 33
- RevolutionPlot3D, 99
- RGBColor, 69
- Root, 143
- RootReduce, 144
- Round, 45
- Row, 194
- Rule, 286

- Scan, 282
- Scatterplot, 216
- ScientificForm, 47
- Sec, 89
- Sech, 89
- SeedRandom, 241, 273
- Select, 33, 214
- Semikolon, 12, 13
- Sequenzanalyse, 263
- Sequenzen, 263–270
- Series, 112, 119
- SeriesData, 112
- Set, 87
- SetAccuracy, 49
- SetDelayed, 87
- SetPrecision, 49
- SetterBar, 204
- ShadowPlot3D, 99
- Shallow, 53
- Short, 53
- Show, 59
- Sign, 45
- Simplify, 57
- Simulation, 239
- Sin, 89
- Sinh, 89
- SinhIntegral, 89
- SinIntegral, 89
- SlideView, 198
- Slot, 275
- Solve, 141
- Sort, 33
- Span, 30, 35, 82
- SparseArray, 84, 124, 163
- SphericalPlot3D, 99
- SQL, 297, 307–316
- SQLExecute, 302
- SQLSelect, 302
- Sqrt, 89
- Städtedaten, 259–260
- Statistik
 - Deskriptive, 224
 - Explorative, 226
 - Grafiken, 215–224
 - Induktive, 226–235
 - Theoretische, 165–170
- StatusArea, 205
- Stochastik, 165–170
- String, 263
- Strings, 263
- Sum, 50

- SurfaceOfRevolution, 100
- Symbolisches Rechnen, 54–58
- SymbolShape, 219
- SymbolStyle, 219
- Syntaxhervorhebung, 12, 23

- Table, 30, 31, 206
- TableDirections, 29
- TableForm, 29, 35
- TableView, 198
- Take, 33, 82
- TakeWhile, 34
- Tan, 89
- Tanh, 89
- Termumformungen, 55–58
- Testverfahren, 228–231
- \TeX , 53
- TeXForm, 53
- Text, 66
- TextCell, 189, 203
- Texte, 187–196
 - formatieren, 187–188
 - Inhaltsverzeichnis, 192–193
 - nummerieren, 190–191
 - strukturieren, 188–189
- TextListPlot, 217
- TextStyle, 67
- Textverarbeitung, 187–188
- Ticks, 67
- TimeZone, 251
- Timing, 48
- ToCharacterCode, 217
- Together, 56
- TogglerBar, 204
- Tooltip, 205
- ToRadicals, 144
- Total, 78
- Total Quality Management, 154
- TQM, 154
- TraditionalForm, 52
- Transformation
 - Affine, 130–134
- Transformationsmatrix, 130–134
- Transpose, 81
- TreeForm, 161, 281
- TrigExpand, 57
- TrigFactor, 57

- TrigReduce, 57

- Ungleichungen, 9
- Union, 33
- UnitStep, 89
- Unset, 28

- Variablen, 27–29
- Varianzanalyse, *siehe* ANOVA
- VectorQ, 36
- Vektor, 36, 77–79
- Verteilungen, 165–170
- Views, 197

- Wahrscheinlichkeitstheorie, 165–170
- Which, 272
- While, 273
- With, 277
- WorldPlot, 258

- Xor, 91

- Zahlbereiche, 43–48
- Zahlen
 - ausgeben, 47
 - formatieren, 47
 - runden, 45
- Zahlentheorie, 135–137
- Zeichenketten, 263–270
- Zeit, 251
- Zeitreihen, 39, 236–238
 - im Frequenzbereich, 236–238
- Zoomfunktion, 15
- Zufallsobjektivierung, 245
- Zufallszahlen, 240, 241
 - Pseudo-, 239